

3.1 岩石の破壊（1）

主応力・モール円（復習）

固有値で求まる主応力とモール円について復習する。

古典的な破壊条件

クーロン、ミーゼス、トレスカ等について復習する。

破壊条件とモール円

断層の不活性化、間隙水圧の上昇の効果等について理解する。

断層の強度

断層は強いのか弱いのかについて考える。

参考文献：

- ① Scholz, The Mechanics of Earthquakes and Faulting

3.1 岩石の破壊

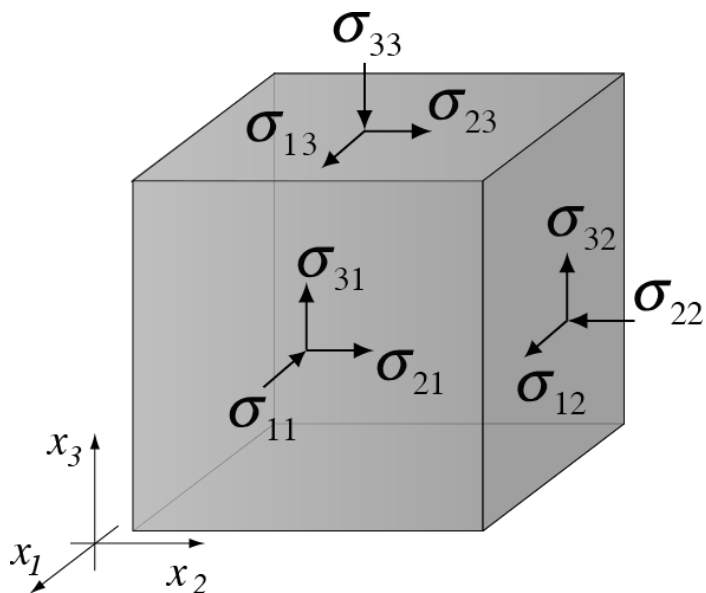
主応力（復習）

応力テンソルは、

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$

と書ける。これはエルミート行列、つまり、

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}^* \quad * \text{は複素共役。}$$



この時、固有値は常に実数となる。

固有値を、 $\sigma_{1,2,3}$ とすると、

$$\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{R} \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \mathbf{R}^T$$

この **固有値** $\sigma_{1,2,3}$ が**主応力**と呼ばれる。

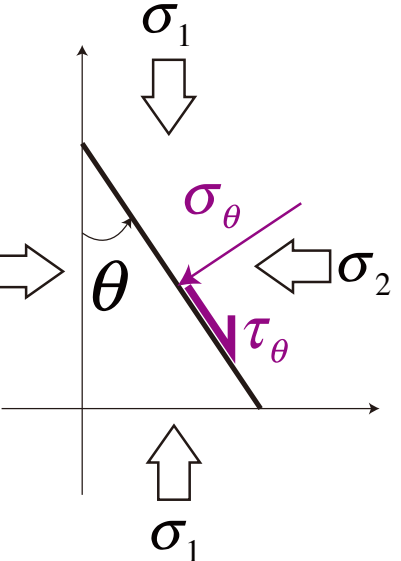
つまり、全ての応力場は、この3つの垂直応力の回転で表現できる。

ここで、垂直応力の符号が、連続体力学と逆になっていることに注意。

3.1 岩石の破壊

便利なモールの円（復習）

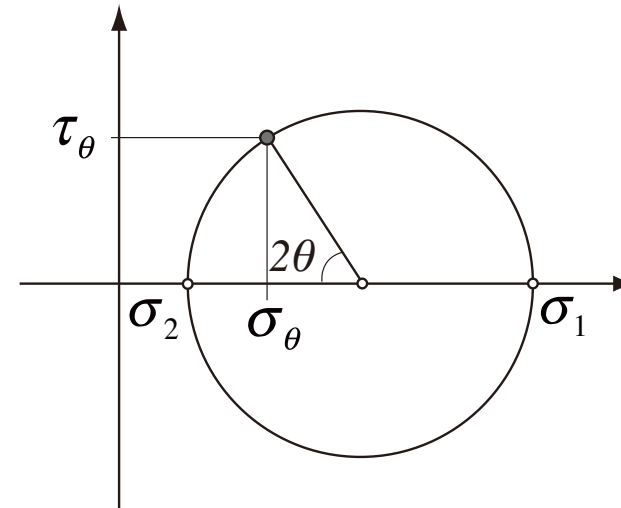
2次元で考える。主応力の
の回転は、

$$\sigma' = \mathbf{R} \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{pmatrix} \mathbf{R}^T$$
$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$


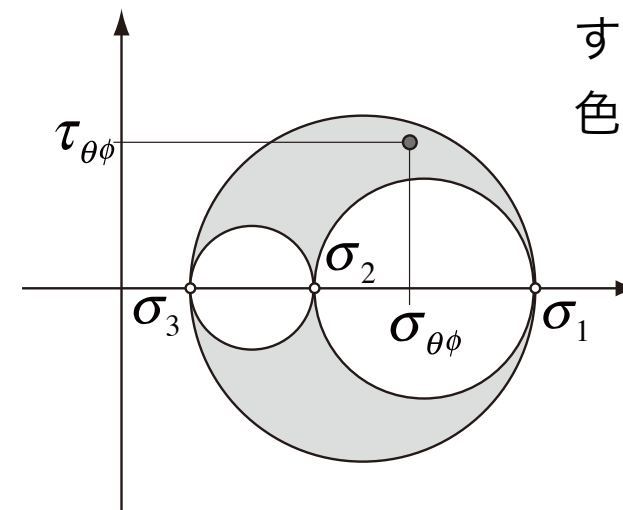
せん断応力を τ_θ 、垂直応力を σ_θ とし、2倍
角の公式を使うと、

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= \sigma_{11} = \sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_2 \sin^2 \theta \\ &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\theta \\ \tau_\theta &= \sigma_{12} = (\sigma_1 - \sigma_2) \cos \theta \sin \theta \\ &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\theta \end{aligned}$$

つまり、ある円に常に応力が存在
→ モールの円



3次元のモールの円



任意の面に作用
する応力は、灰
色の部分に存在

3.1 岩石の破壊

古典的な破壊条件 1 (復習)

クーロンの破壊規準

経験的に分かっていること

岩石の引っぱり強度 (~10MPa) は、原子間力から期待されるより (~数GPa) ずっと低い。

→ 内部に弱面が無数に存在する。

岩石でアーチ構造を作ると強い

→ 岩石は圧縮力によって強度が増す。

よって、単純にせん断応力がある値 (強度) を超えると破壊すると考えると、破壊条件は、

$$\tau_{\theta} = \mu \sigma_{\theta}$$

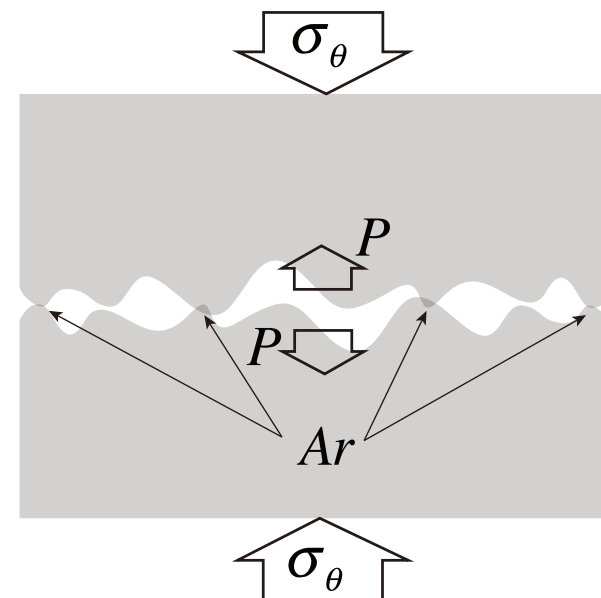
弱面はごく一部くっついていないはず、よって固着力 τ_0 がある、よって条件は

$$\tau_{\theta} = \tau_0 + \mu \sigma_{\theta}$$

実際に接している領域 A_r は面積 A より十分に小さい ($A \gg A_r$)。よって、間隙水圧 P が作用したときは、

$$\tau_{\theta} = \tau_0 + \mu \left(\sigma_{\theta} - \frac{1 - A_r}{A} P \right) \simeq \tau_0 + \mu (\sigma_{\theta} - P)$$

間隙水圧の効果は、面を押し上げる効果のみにとどまることが重要
新たな断層面形成でも同じ議論ができる。



3.1 岩石の破壊

古典的な破壊条件 2（復習）

ミーゼスの降伏条件

物質は、何らかの条件を満たした後に降伏する。それは、差応力（このときはトレスカ）もしくは、不変量（ミーゼス）の関数で記述できるだろう。

ミーゼスの場合は、 Y は物体固有の値として、応力テンソルの第2不変量が

$$Y^2 = \frac{1}{2} \left\{ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right\}$$

を満たした時に降伏すると考える。

物理的な意味は必ずしも明確ではないが、観測を上手く説明できる。

「せん断ひずみエネルギーが一定値に達したときに降伏」 or 「八面体せん断応力が一定値に達するときに降伏」の二つの考えがある。

トレスカの降伏条件

差応力が重要でしようとする。
つまり、物体固有の値 Y として

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{Y}{2}$$

を満たしたときに降伏すると考える。

トレスカの降伏条件は、垂直応力と無関係なので、暗に内部に弱面が存在しないことを仮定している。

→ 深部では使えると考えている人が多いと感じるが、ミーゼスの降伏条件の方が適切では？

3.1 岩石の破壊

古典的な破壊条件 3（復習）

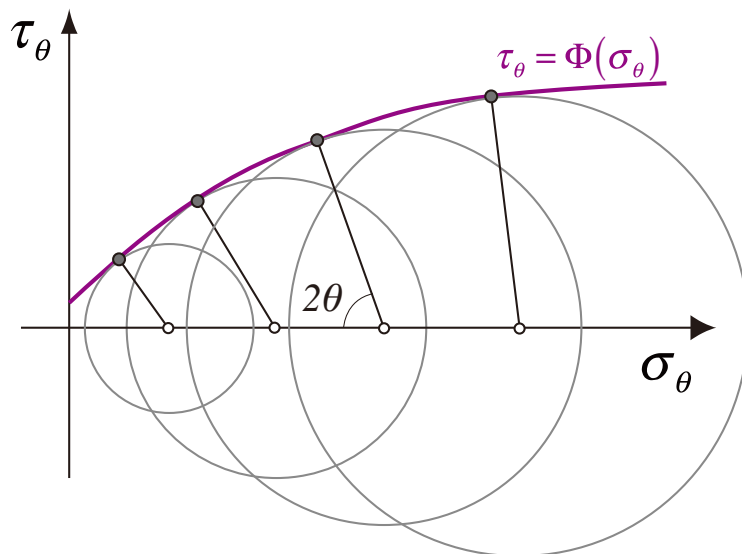
既存の弱面がない岩石の破壊

弱面（断層面）はないが、微小なクラックはたくさんある。

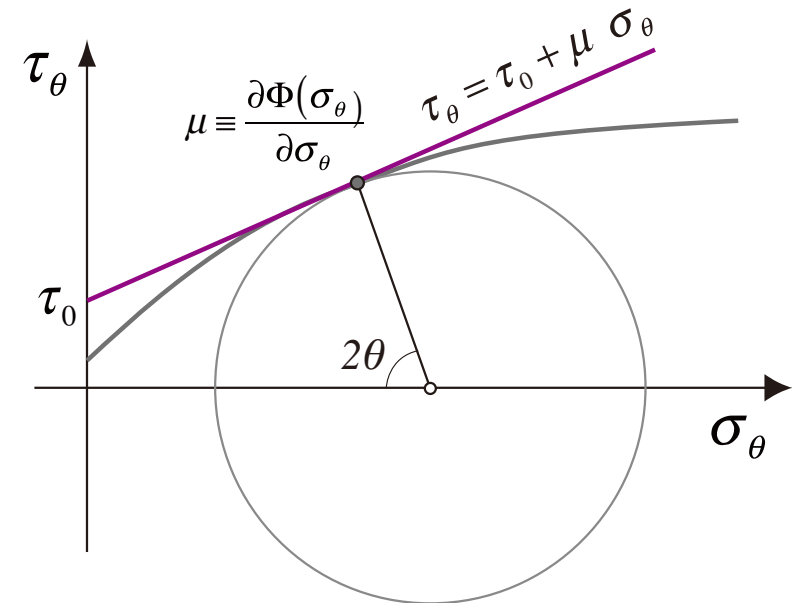
クーロンの破壊規準の延長で考えると、任意の面の強度は、垂直応力の関数で書けるのでは？ つまり破壊条件は、

$$\tau_{\theta} = \Phi(\sigma_{\theta})$$

と書ける。これを破壊曲線として書くと、



クーロンの破壊規準を使って、「見かけ」のパラメータを求めることができる。



見かけの摩擦係数は約0.6

有効応力の法則も成立する。

「岩石には新たにできる破壊面」

～「既存の微小弱面の集合体」

応力の蓄積過程で、クラック生成による間隙圧減少が発生する

→ ダイラタンシー硬化

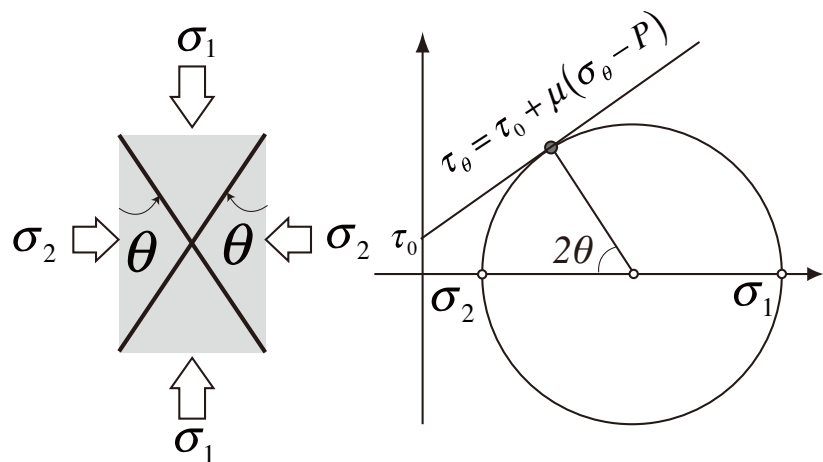
3.1 岩石の破壊

破壊条件とモール円 1

クーロンの破壊規準での破壊

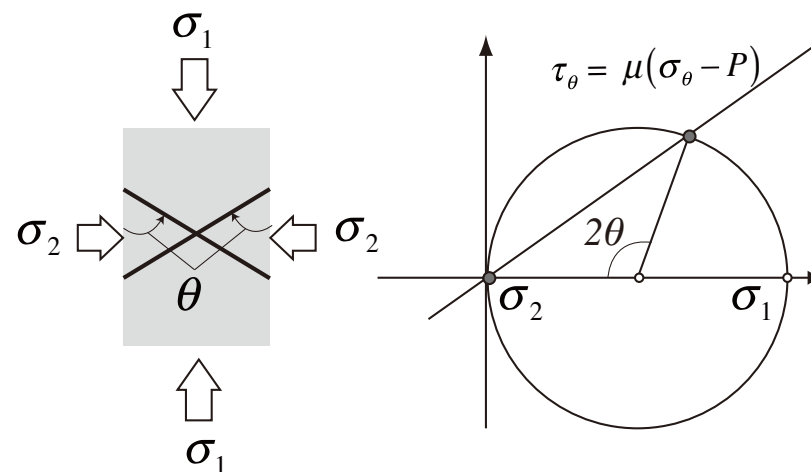
条件：応力はモール円上に位置&クーロンの破壊規準で破壊

よって接点で破壊が発生する。最適な断層面の角度は摩擦係数 μ で定まることになる。 μ は0.6くらいなので、 θ は約 30°



注) 有効応力の法則 (主応力-P) を使って書いている。

既存の弱面の固着力をゼロとし、かつ間隙水圧を σ_2 まで上げてやると、



この θ のところまでは、せん断破壊
この $\theta \rightarrow$ 大 を考えると、せん断破壊できない。

→ 応力場とかけ離れた断層は活動停止

この時の θ を**Lock-up 角**と呼ぶ。

3.1 岩石の破壊

破壊条件とモール円2

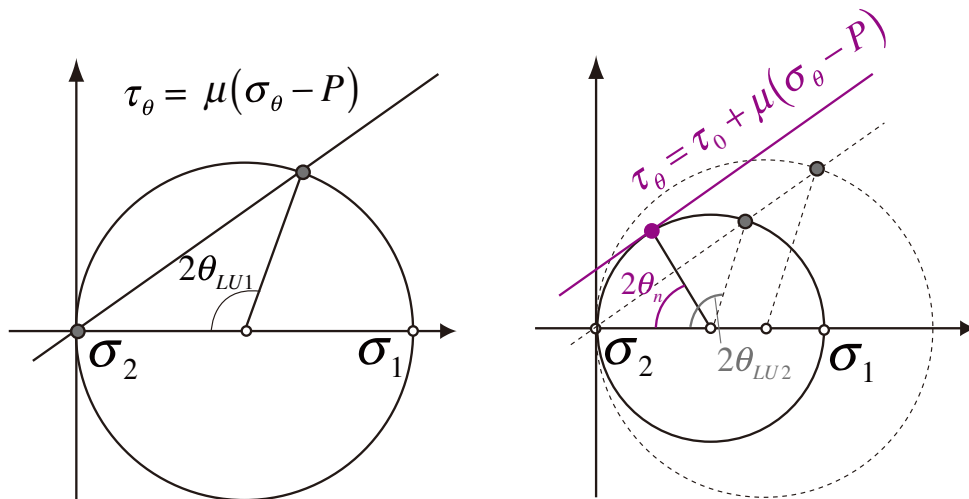
既存の断層 vs 新しい断層

新しい断層で地震が発生するという条件を考える。

仮定：新しい断層面は固着力が大きい

既存の断層が回転 → 最適な角度からずれる → 角度ずれの増加 → 新しい断層面を形成した方楽 → 既存の断層の活動停止

先ほど求めた、Lock-Up角よりも小さな値が、真のLock-Up角 (θ_{LU2}) になる。

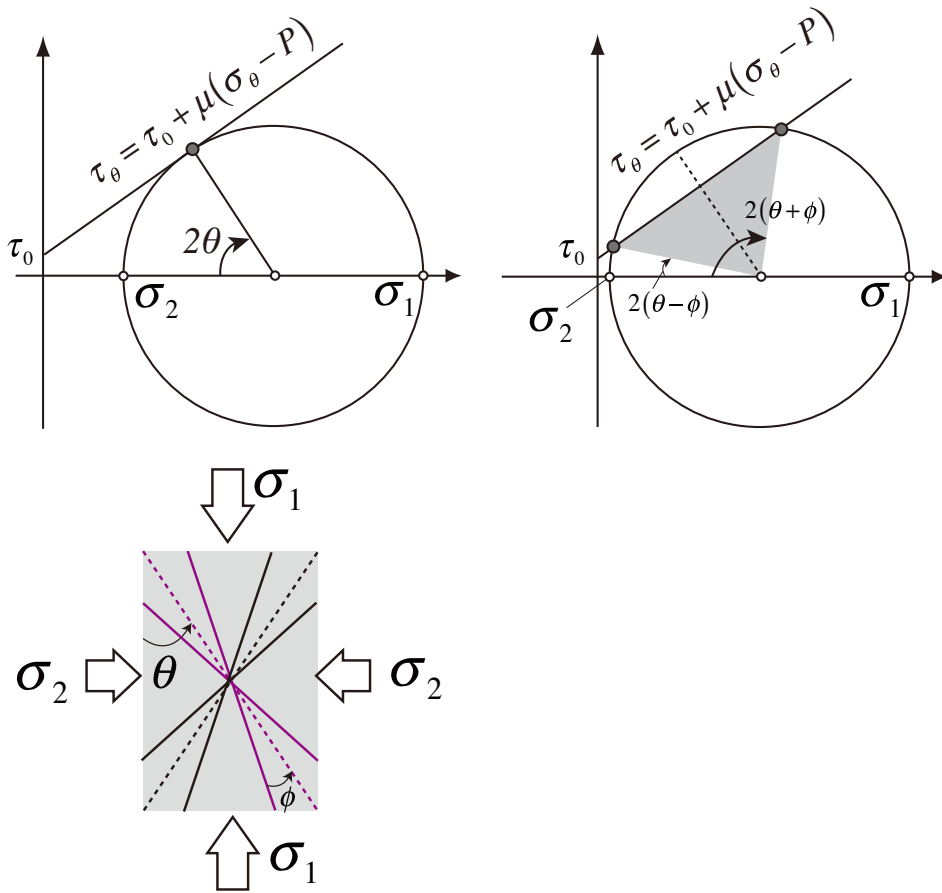


3.1 岩石の破壊

破壊条件とモール円 3

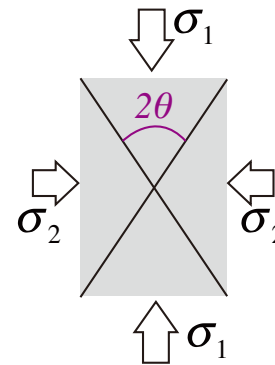
間隙水圧の上昇の効果

間隙水圧を上げていくと、
最適でない断層面でも地震が起こり始める。
→ 震源メカニズム解の多様性
これを使って、地下の間隙水圧が推定できる (Terakawa et al., 2010)



震源メカニズム分布から摩擦係数推定

仮定：小さな領域での応力場は一定
共役な断層面の角度の差は 2θ なので、これ
から、 μ が求まるはず (Iio, 1997)。



3.1 岩石の破壊

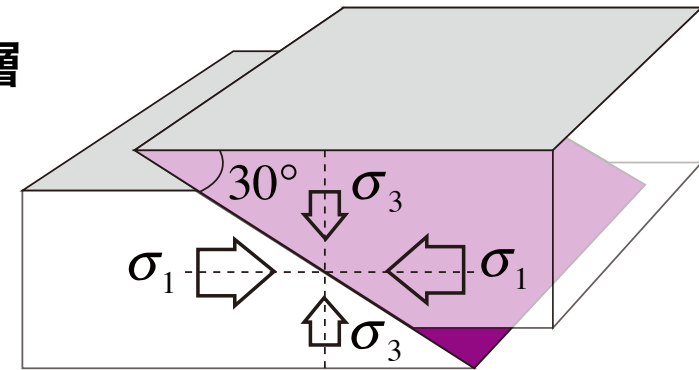
破壊条件とモール円 4

断層と主応力 (Anderson, 1951)

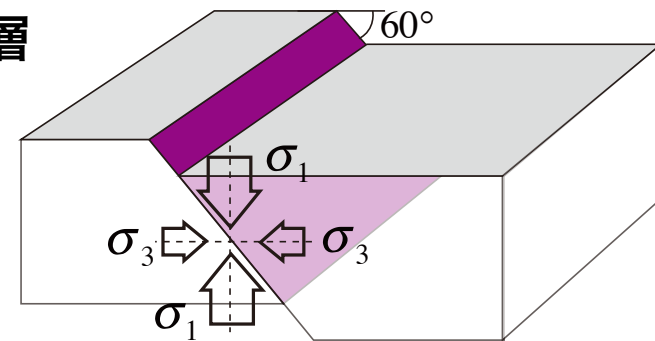
仮定：「浅い領域では主応力軸の一つは鉛直方向、他の軸は水平方向を向く」 & 「みせかけの摩擦係数は0.6くらい」

結果：断層のタイプは3つ、およその応力軸の方向が分かる。

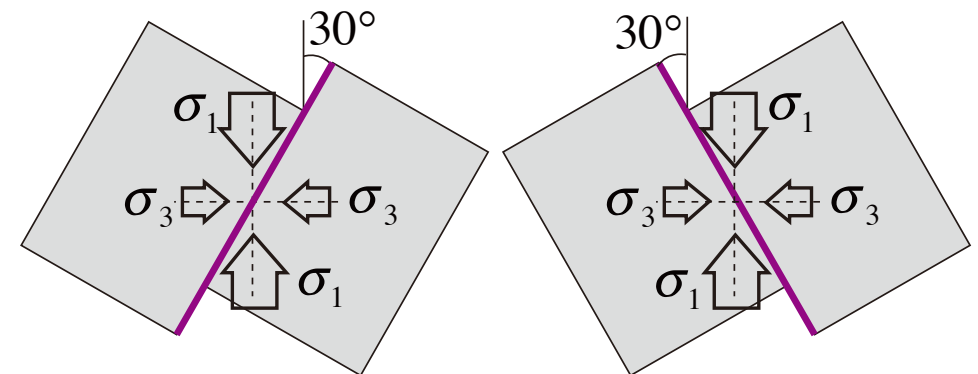
逆断層



正断層



横ずれ断層



3.1 岩石の破壊

断層の強度の議論 1

断層の強度はどうなっているのか？

観測事実 ① 断層沿いで期待されるだけの熱異常がない

観測事実② サンアンドレアス断層では、
周辺の地震の震源メカニズムから予想される主応力軸と断層は高角で交わっている。

3.1 岩石の破壊

断層の強度の議論 2

東北沖地震の意味：

プレート境界で、ほぼ全せん断応力が解放された。（一部すべりすぎも発生）

→ せん断強度のような分布が得られた。

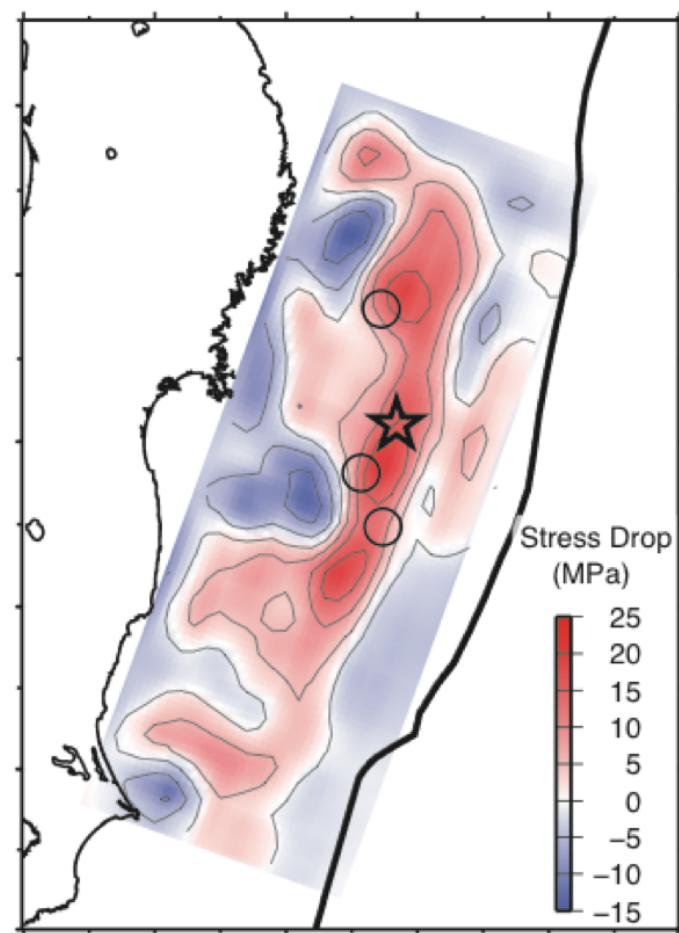
20 km 付近の強度が強い領域でも、高々 15 MPa の強度だった。

静岩圧が、500 MPa 程度である事を考えるとこの値は随分小さい。

→ プレート境界では、間隙水圧による強度弱化は本質か？

Scholz (2000, Geology) では異なる意見が述べられている。チェックすること。

プレート境界のせん断強度分布のようなもの



深畑・八木・三井 (2012)