

2.1 地震情報（2）

震源インバージョン

どのようにすれば、震源を調べる事ができるのかを理解する。

モーメントテンソルインバージョン

震源メカニズムを求めるための手法を理解する。

モーメントテンソル分布

日本や世界のモーメントテンソル分布から、第0近似で応力場について考える。

2.2 高性能デジタル地震計

参考文献：

- ① 八木 (2009) 震源過程解析手法の開発, 地震2, 61, S297-S307.

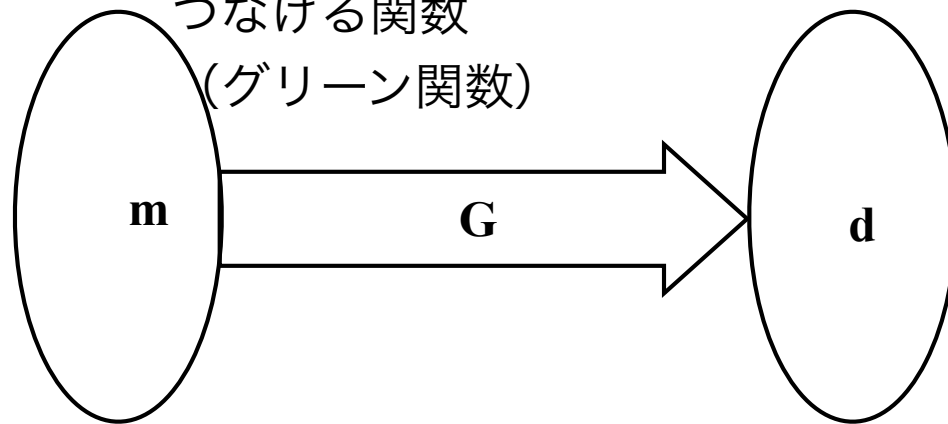
2.1 地震情報

地震波形インバージョン その1

断層面上でどのように破壊が進行したのか知りたい！

観測方程式

モデルと観測を
つなげる関数
(グリーン関数)



現象をモデル化したもの

観測できるもの

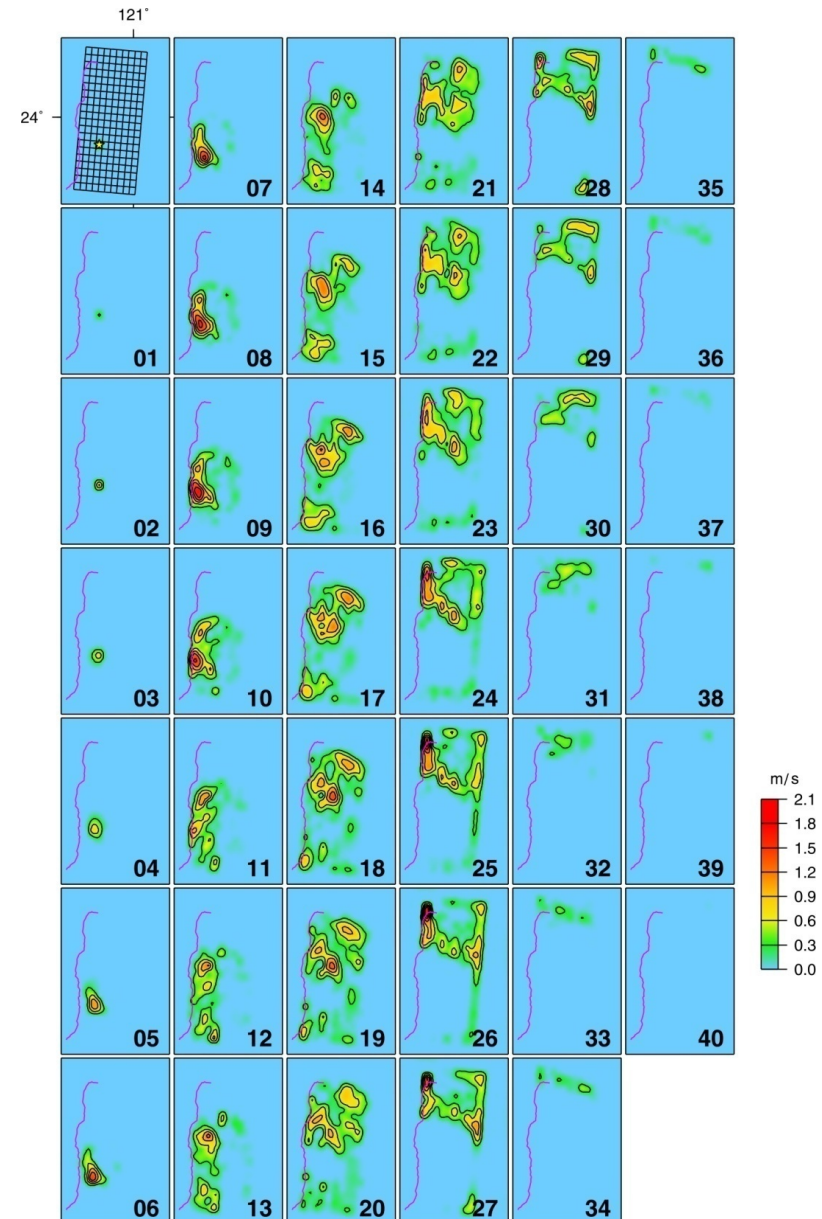
線形問題の場合は、 $d = G m$

G の一般的な逆行列 (G^{-g}) が得られる場合

$$\hat{m} = G^{-g} G m = G^{-g} d$$

よって現象を読み解ける

1999年台湾地震



2.1 地震情報

地震波形インバージョン その2

断層のすべりと観測記録

何らかのモーメントの解放があった時の地震記録は、

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \iiint \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \mathbf{G}_{ij}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t) * \dot{M}_{ij}(\boldsymbol{\xi}, t) dV$$

断層面上のみにて破壊が発生した場合、すべりベクトルは2成分のみ

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \iint \sum_{q=1}^2 \mathbf{G}_q(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t) * \dot{D}_q(\boldsymbol{\xi}, t) dS$$

こんな式を眺めても、震源モデルとグリーン関数が与えられたら、変位が計算できることが分かるが、震源モデルをどう求めるべきか分からない。こういったときは、何らかの直交関数で、すべり量分布を定義してやろう。

2.1 地震情報

地震波形インバージョン その3

震源の離散化

時間と空間の変数を持つ「すべり速度関数」を離散化して基底関数に重みをかけた和として扱う。

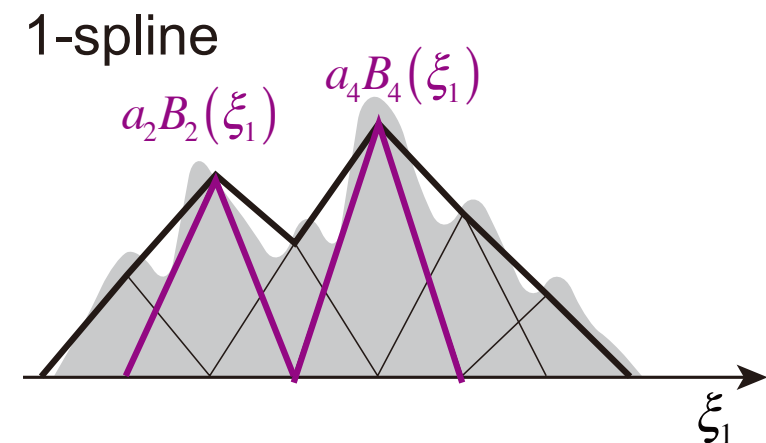
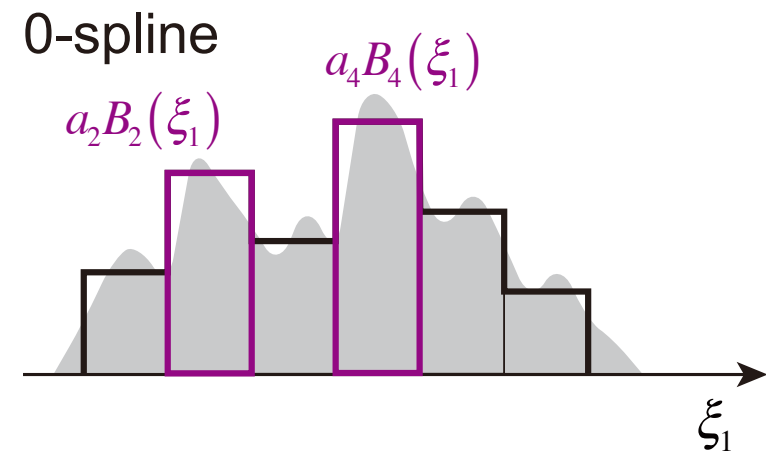
つまり、基底関数は、空間のものと、時間のものとなる。

$$\dot{D}_q(\xi, t) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \underbrace{a_{klq}}_{\text{重み (すべり量分布を表現)}} \underbrace{X_k(\xi)}_{\text{基底関数 (空間)}} \underbrace{T_l(t)}_{\text{基底関数 (時間)}}$$

k は空間のノット番号、 l は時間のノット番号、 a の値を求めることができれば、断層すべりの時空間分布が得られる。

震源の離散化

スプライン関数便利な基底関数
高次になるほど、スムーズになる



2.1 地震情報

地震波形インバージョン その4

基底関数とグリーン関数をまとめると、積分がなくなり、

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{q=1}^2 \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L a_{klq} \mathbf{g}_{klq}(\mathbf{x}, t)$$

$$\mathbf{g}_{klq}(\mathbf{x}, t) = T_l(t) * \iint \mathbf{G}_q(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t) X_k(\boldsymbol{\xi}) dS$$

変位はグリーン関数と重みのかけ算の足し合わせとなるので、結局のところ線形問題、観測方程式の行列は

カーネル行列

$$\mathbf{d} = \mathbf{H} \mathbf{a}$$

$$\therefore \mathbf{a} = (\mathbf{H}^{-g} \mathbf{H}) \mathbf{a} = \mathbf{H}^{-g} \mathbf{d}$$

行列演算で解が求まるが、このままでは不安定

→ 先験的な情報（すべり分布は滑らか等）を
ベイズの規則で統合して解析する

$$u(\mathbf{x}, t) = a_{111} g_{111}(\mathbf{x}, t) + a_{112} g_{112}(\mathbf{x}, t) + a_{113} g_{113}(\mathbf{x}, t) + \dots + a_{klq} g_{klq}(\mathbf{x}, t)$$

2.1 地震情報

モーメントテンソルインバージョン

地震モーメントが解放された場合の観測点 j の c 成分は

$$\underbrace{u_{cj}(t)}_{\text{Obs. Waveform}} = \sum_{q=1}^6 \underbrace{\iiint_V \tilde{G}_{cj q}(t, \xi) d\xi}_{\text{Green's function}} * \underbrace{\dot{\tilde{M}}_q(t, \xi)}_{\text{Moment-rate function}} + e'_{cj}(t)$$

仮定 1 : 点震源を仮定 (地震波が一点の重心から放出されたと考える)

$$u_{cj}(t) = \sum_{q=1}^6 \underbrace{\tilde{G}_{cj q}(t, \xi_c)}_{\text{Centroid}} * \dot{M}_q(t) + e_{cj}(t)$$

ここで

$$\dot{M}_q(t) = \iiint_V \dot{\tilde{M}}_q(t, \xi) d\xi$$

仮定 2 : 地震時にモーメントテンソル成分比は変化しない

$$\dot{M}_q(t) = m_q \times [\dot{M}_0(t)/M_0] = m_q \times S(t)$$

$$u_{cj}(t) = \sum_{q=1}^6 m_q \times S(t) * \tilde{G}_{cj q}(t, \xi_c) + e_{cj}(t)$$

低周波のみを見る (Low pass filter を適用)

$$d_{cj}(t) = F(t) * u_{cj}(t) = \sum_{q=1}^6 m_q \times F(t) * S(t) * \tilde{G}_{cj q}(t, \xi_c) + e_{cj}(t)$$

$$\simeq \sum_{q=1}^6 m_q \times \delta(t) * F(t) * \tilde{G}_{cj q}(t, \xi_c) + e_{cj}(t)$$

モーメントレートを
delta functionで近似

$$d_{cj}(t) = \sum_{q=1}^6 m_q \times G_{cj q}(t, \xi_c) + e_{cj}(t)$$

with $G_{cj q}(t, \xi_c) = \tilde{G}_{cj q}(t, \xi_c) * F(t)$

ベクトル化して書くと

$$\mathbf{d} = \mathbf{A}(\xi_c) \mathbf{m} + \mathbf{e}$$

仮に、重心の位置を仮定すると、通常の線形問題として解を得る事ができる。もちろん非線形インバージョンとしても解ける。

$$\hat{\mathbf{m}} = [\mathbf{A}^T(\xi_c) \mathbf{A}(\xi_c)]^{-1} \mathbf{A}^T(\xi_c) \mathbf{d}$$

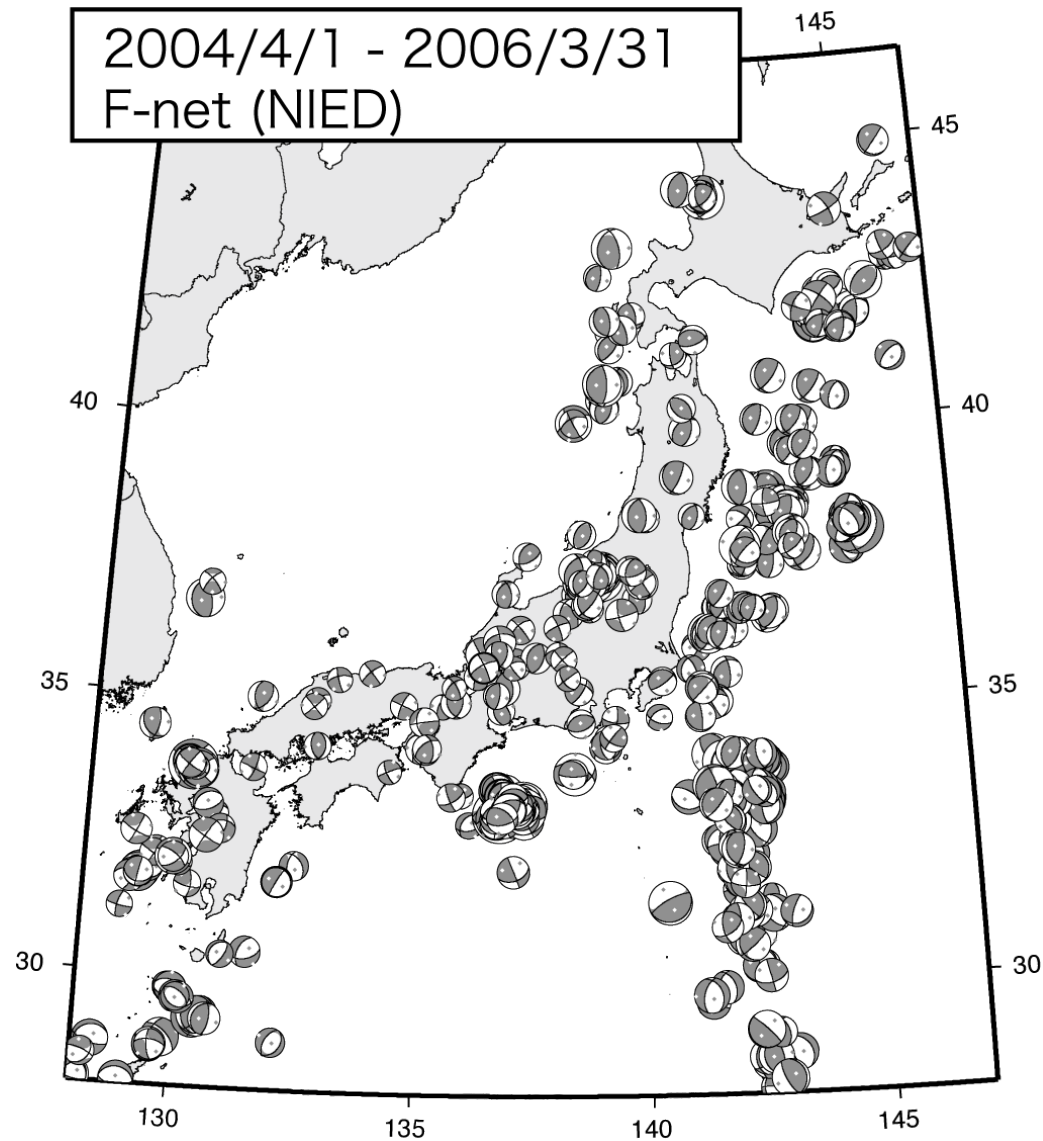
重心の位置は、未知の値なので、データに合うように（L2ノルムが小さくなるように）グリッドサーチによって求める。

$$\|\mathbf{d} - \mathbf{A}(\xi_c) \hat{\mathbf{m}}\|_2 / \|\mathbf{d}\|_2 \Rightarrow \min$$

$$\text{L2-norm: } \|\mathbf{x}\|_2 = \left(\sum_{n=1}^N x_n^2 \right)^{1/2}$$

2.1 地震情報

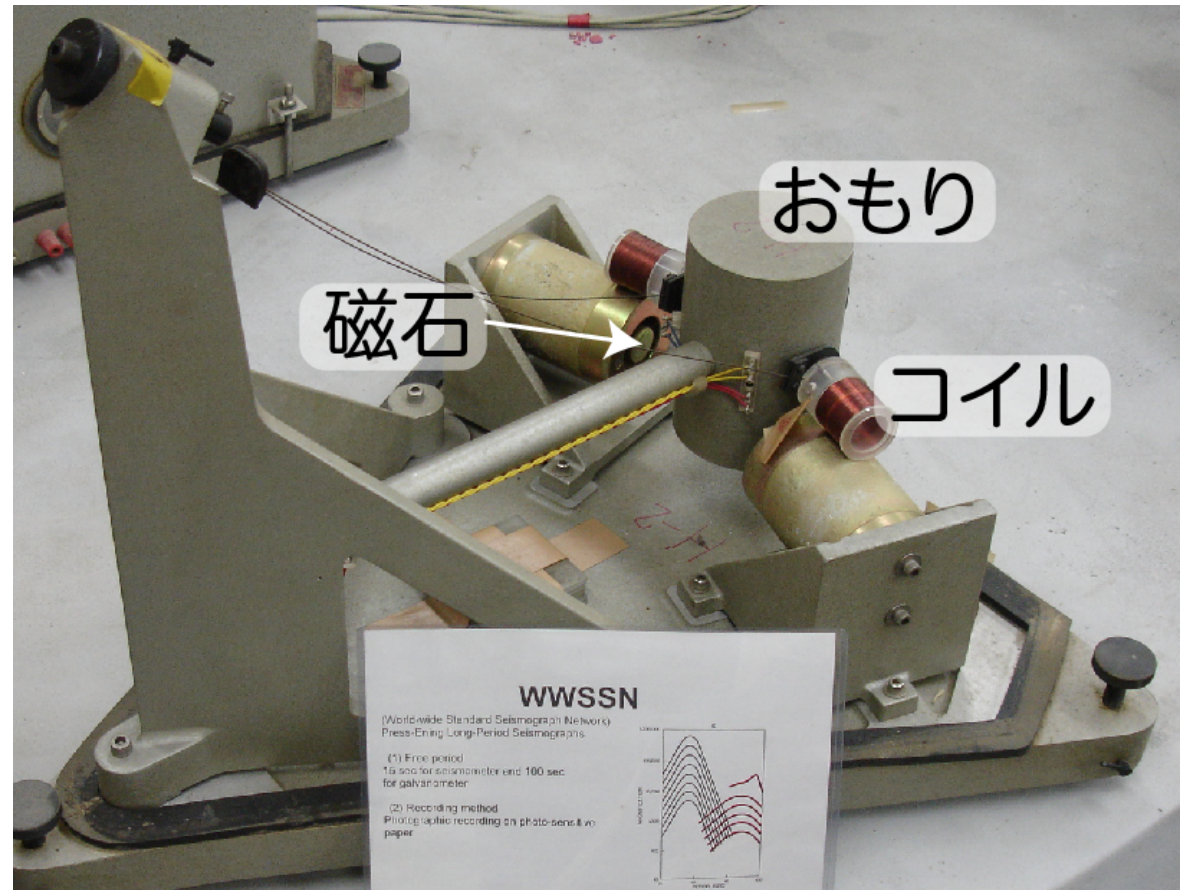
日本のモーメントテンソル分布



日本は東西に圧縮されている

2.2 高性能デジタル地震計

地震計の開発によって地震学の研究は飛躍的に進歩した
ここではその原理について学んでみよう



WWSSNで採用された地震計

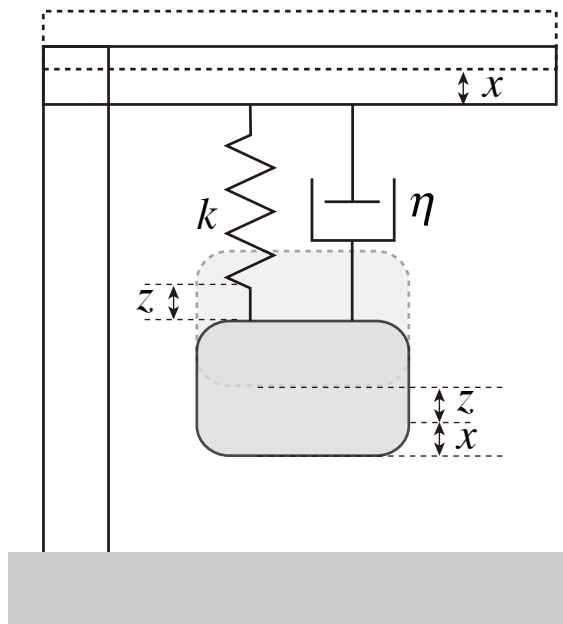
2.2 高性能デジタル地震計

機械式地震計

原理：錘をバネにつなぎ、不動点に近い状態にして錘と地面の変位の差を求める方法

地面の動きを $x(t)$ 、地面と錘の相対変位を $z(t)$ とすると、運動方程式は

$$M(\ddot{z} + \ddot{x}) = -kz - 2\eta\dot{z}$$



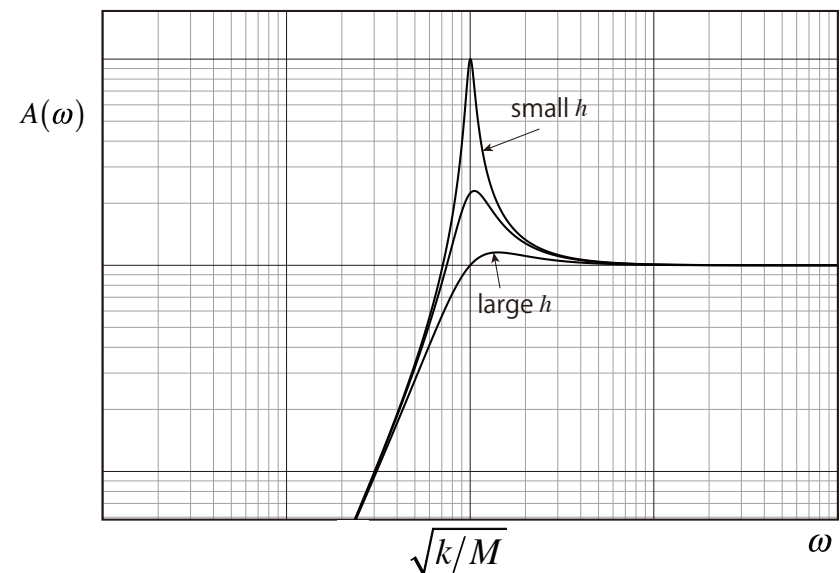
周波数特性は微分方程式から、

$$I(\omega) = A(\omega) \exp[j\phi(\omega)]$$

$$A(\omega) = \frac{\tilde{\omega}^2}{\sqrt{(\tilde{\omega}^2 - 1)^2 + 4h^2\tilde{\omega}^2}}$$

$$\phi(\omega) = \arctan \frac{2h\tilde{\omega}}{\tilde{\omega}^2 - 1}$$

$$\tilde{\omega} = \omega/\omega_0 ; \quad \omega_0 = \sqrt{k/M} ; \quad h = \eta/\sqrt{kM}$$



2.2 高性能デジタル地震計

可動コイル型地震計

錘にコイルをつけ磁石の間を動くようにして、錘の動きを電流ではかる方法

抵抗 R の電位差は、ファラデーの法則より

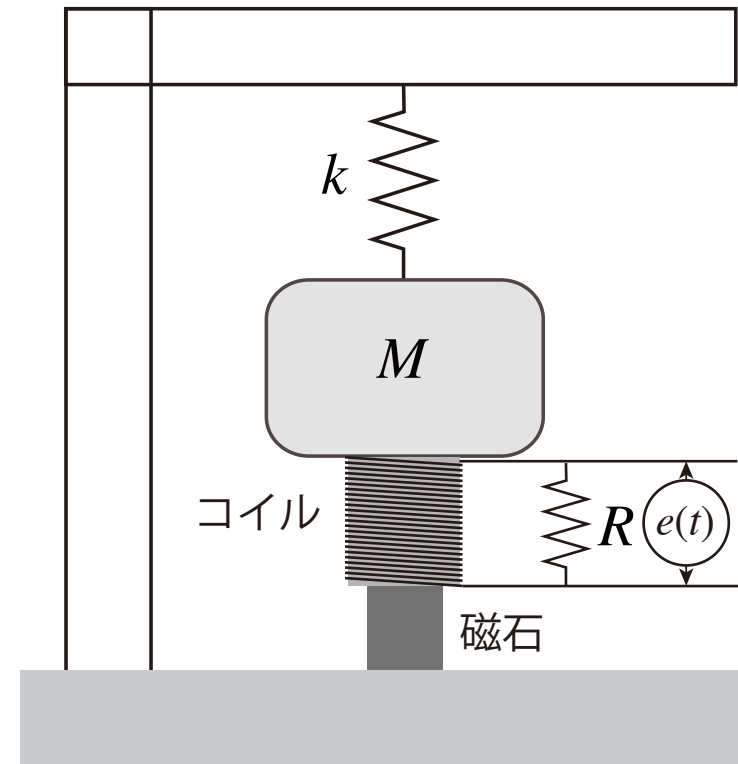
$$e = B\dot{z}$$

よって、地動速度 v を入力とすると

$$\ddot{e} + 2h\omega_0\dot{e} + \omega_0^2 e = -C\ddot{v}$$

地動速度 v と電流 e の関係式から

$$I(\omega) = \frac{E}{V} = \frac{C(j\tilde{\omega})^2}{j\tilde{\omega}^2 + 1 + 2hj\tilde{\omega}}$$



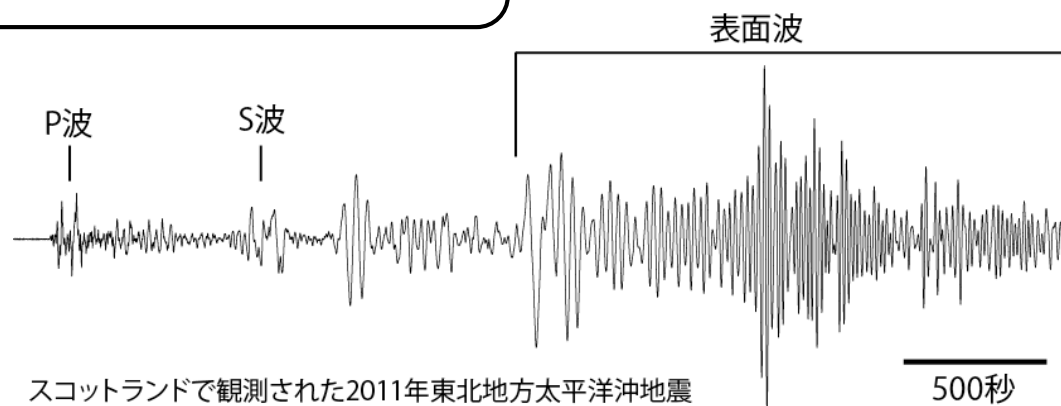
地球基礎数学の振動のところを復習してみよう

2.2 高性能デジタル地震計

負帰還型（フィードバック）地震計

レスポンスがフラットになるためには、
大きな錘や特殊なバネ等が必要
ダイナミックレンジを広くとるには、
大きな装置が必要
よって、広帯域・高ダイナミックレンジの地震計を作るのは大変

コイルに電流を流して、振り子の変位に応じた力を戻して、振り子を制御すれば良い



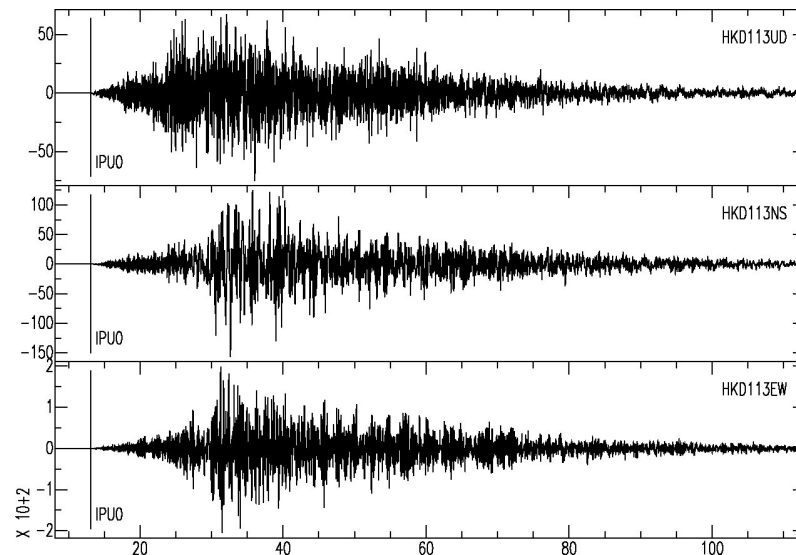
2.2 高性能デジタル地震計

強震計

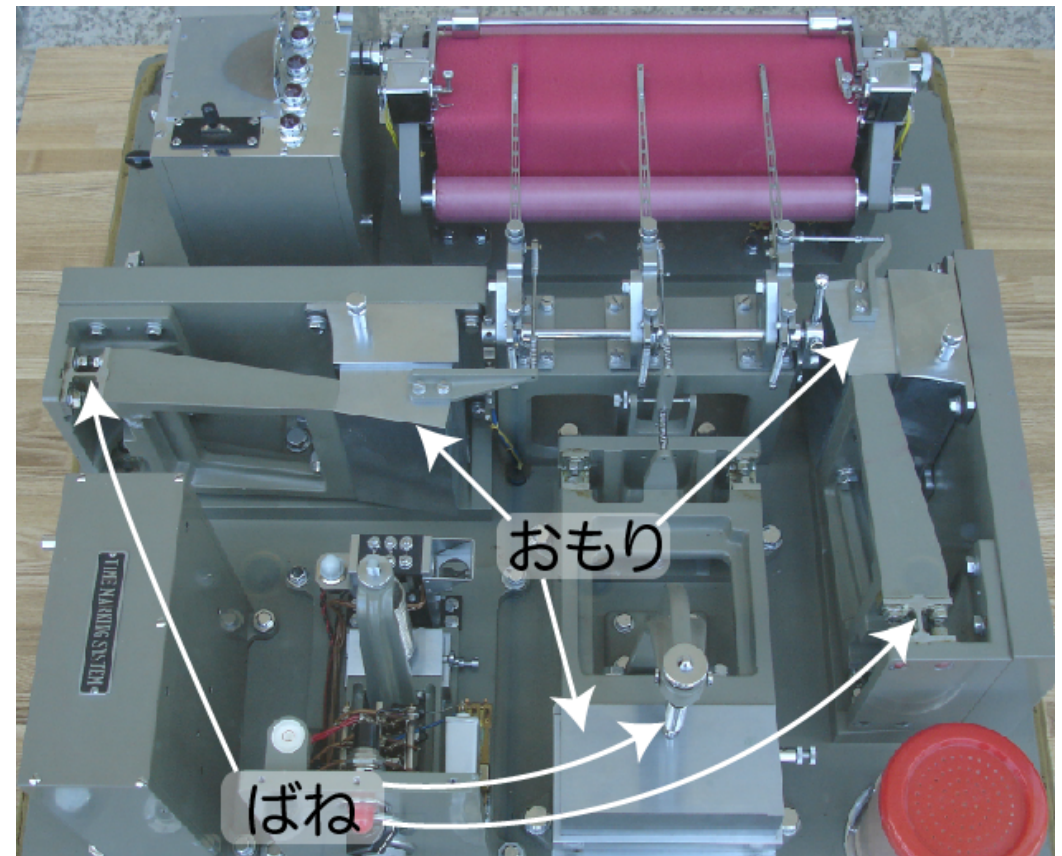
強震計

人が地震の揺れを感じるのは加速度
強震動：加速度が 30~50 gal よりも大
きい振動

負帰還型加速度強震計が良く使われている



機械式SMAC型強震計



2.2 高性能デジタル地震計

Anti-aliasing Filter

ある周波数 (f_n) を収録するに必要な
サンプリングレート

$$\Delta t = 1 / 2f_n$$

十分に短いサンプリング間隔がないとき、
見せかけの信号 (alias) の発生

これを防ぐには、高周波成分をカット
するフィルターを用いればよい
Anti-aliasing filter

