

1.2 震源モデル（3）

ハスケルモデルの波動

ハスケルモデルを例にして、地震動の特徴と周波数特性を理解する。

Directivity Effect（破壊の指方性）

破壊の進行方向によって振幅が大きく変化することを理解する。

円形クラックモデルの波動

円形クラックモデルを例にして、破壊の立ち上がりの特徴と周波数特性を理解する。

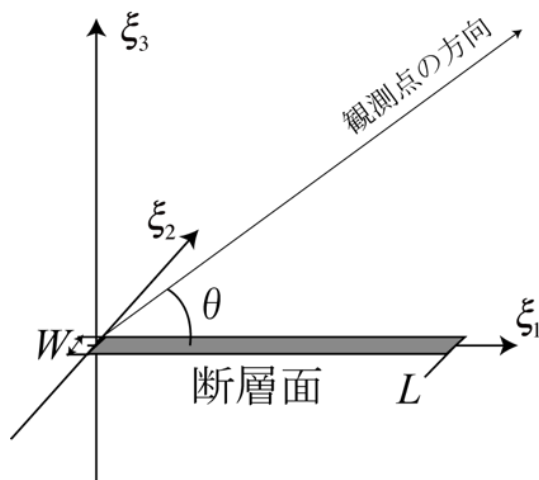
参考文献：

- ① Aki & Richards, Quantitative Seismology
- ② 松浦, 地球連続体力学（5章）, 岩波講座地球惑星科学

1.2 震源モデル

ハスケルモデルにおける波動 その1

ハスケルモデルでの遠地実体波S波について考察する。



断層面上を破壊が伝播速度 v_r で進行
理論波形は、

$$U_s(r, \gamma, t) = \frac{R}{4\pi\rho\beta^3} \frac{1}{r_0} \mu \iint_{\Sigma} \dot{D}\left(\xi, t - \frac{r}{\beta}\right) dS \quad (1)$$

断層すべりは、ボックスカー関数を用いて、

$$\dot{D}(\xi, t) = D_0 B(\tau, t - \xi_1/v_r) / \tau_r \quad (2)$$
$$B(\tau, y) = \begin{cases} 0 & (0 > y \text{ or } \tau < y) \\ 1 & (0 \leq y \leq \tau) \end{cases}$$

仮定：遠方近似 +
 $\xi_1 - \xi_3$ 平面のみ考える

$$r \simeq r_0 - |\xi| \cos \theta \simeq r_0 - \xi_1 \cos \theta \quad (3)$$

①に②を代入すると、

$$U_s(r, \gamma, t) = \frac{R}{4\pi\rho\beta^3} \frac{1}{r_0} \frac{1}{\tau_r} W D_0 \int_0^L B\left(\tau_r, t - \frac{r}{\beta} - \frac{\xi_1}{v_r}\right) d\xi_1$$

1.2 震源モデル

ハスケルモデルにおける波動 その2

③の近似を用いると、

$$\begin{aligned} U_s(r, \gamma, t) &= \frac{R}{4\pi\rho\beta^3} \frac{1}{r_0} \frac{1}{\tau_r} WD_0 \int_0^L B\left(\tau_r, t - \frac{r_0 - \xi_1 \cos\theta}{\beta} - \frac{\xi_1}{v_r}\right) d\xi_1 \\ &= \frac{R}{4\pi\rho\beta^3} \frac{1}{r_0} \frac{1}{\tau_r} WD_0 \int_0^L B\left(\tau_r, t - \frac{r_0}{\beta} - \frac{\xi_1}{v_r} \left(1 - \frac{v_r}{\beta} \cos\theta\right)\right) d\xi_1 \\ &= \frac{R}{4\pi\rho\beta^3} \frac{1}{r_0} \frac{1}{\tau_r} WD_0 \int_0^L B\left(\tau_r, t - \frac{r_0}{\beta} - \frac{\tau_L}{L} \xi_1\right) d\xi_1 \end{aligned} \quad \tau_L = \frac{L}{v_r} \left(1 - \frac{v_r}{\beta} \cos\theta\right)$$

ボックスカー関数を用いて、積分区間を変更すると、

$$U_s(r, \gamma, t) = \frac{R}{4\pi\rho\beta^3} \frac{1}{r_0} \frac{1}{\tau_r} WD_0 \int_{-\infty}^{\infty} B(L, \xi_1) B\left(\tau_r, t - \frac{r_0}{\beta} - \frac{\tau_L}{L} \xi_1\right) d\xi_1$$

ここで、 $d\xi'_1 = (\tau_L/L) d\xi_1$ とおくと

$$U_s(r, \gamma, t) = \frac{R}{4\pi\rho\beta^3} \frac{1}{r_0} \frac{1}{\tau_r} \frac{L}{\tau_L} \mu D_0 WL \int_{-\infty}^{\infty} B\left(L, \frac{L}{\tau_L} \xi'_1\right) B\left(\tau_r, t - \frac{r_0}{\beta} - \xi'_1\right) d\xi'_1$$

I.2 震源モデル

ハスケルモデルにおける波動 その3

さて、どのような周波数特性をもつのであろうか？

ボックスカー関数をフーリエ変換すると、

$$\hat{B}(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\tau, t) e^{-i\omega t} dt = \int_0^{\tau} e^{-i\omega t} dt$$

半位相ずらすと、

$$\begin{aligned}\hat{B}(\tau, \omega) &= \int_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{-i\omega(t'+\tau/2)} dt' = e^{-i\omega\tau/2} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{-i\omega t'} dt' = e^{-i\omega\tau/2} \frac{e^{i\omega\tau/2} - e^{-i\omega\tau/2}}{i\omega} \\ &= e^{-i\omega\tau/2} \frac{2 \sin \omega\tau/2}{\omega} = e^{-i\omega\tau/2} \tau \frac{\sin \omega\tau/2}{\omega\tau/2} = e^{-i\omega/\omega_0} \tau \frac{\sin \omega/\omega_0}{\omega/\omega_0}\end{aligned}$$

$$\omega_0 = 2/\tau$$

ボックスカー関数のフーリエ変換は、SIN関数を用いて記述できる。

1.2 震源モデル

ハスケルモデルにおける波動 その4

ボックスカーのフーリエ変換が分かったので、変位波形に適用

$t' = t - \xi'_1$ とおくと、

$$\begin{aligned}\hat{U}_s(r, \gamma, \omega) &= \frac{R}{4\pi\rho\beta^3} \frac{1}{r_0} \frac{1}{\tau_r} \frac{1}{\tau_L} \mu D_0 W L \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B\left(L, \frac{L}{\tau_L} \xi'_1\right) B\left(\tau_r, t' - \frac{r_0}{\beta}\right) e^{-i\omega(t'+\xi_1)} dt' d\xi_1 \\ &= \frac{R}{4\pi\rho\beta^3} \frac{1}{r_0} \frac{1}{\tau_r} \frac{1}{\tau_L} M_0 \int_{-\infty}^{\infty} B\left(L, \frac{L}{\tau_L} \xi'_1\right) e^{-i\omega\xi'_1} d\xi'_1 \int_{-\infty}^{\infty} B\left(\tau_r, t' - \frac{r_0}{\beta}\right) e^{-i\omega t'} dt'\end{aligned}$$

$\omega_L = 2/\tau_L$, $\omega_r = 2/\tau_r$ とし、ボックスカーのフーリエ変換を利用すると

$$\hat{U}_s(r, \gamma, \omega) = \frac{R}{4\pi\rho\beta^3} \frac{M_0}{r_0} \cdot e^{-i\omega r_0/\beta} \cdot e^{-i\omega/\omega_L} \cdot e^{-i\omega/\omega_r} \frac{\sin(\omega/\omega_L)}{\omega/\omega_L} \frac{\sin(\omega/\omega_r)}{\omega/\omega_r}$$

よって、この複素数の振幅は、

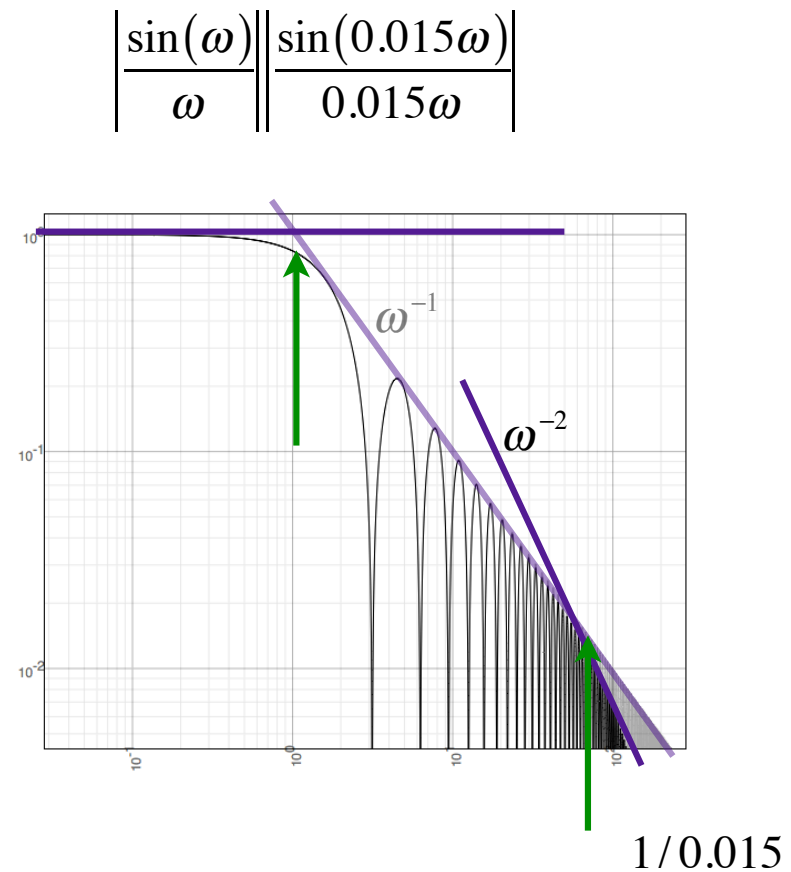
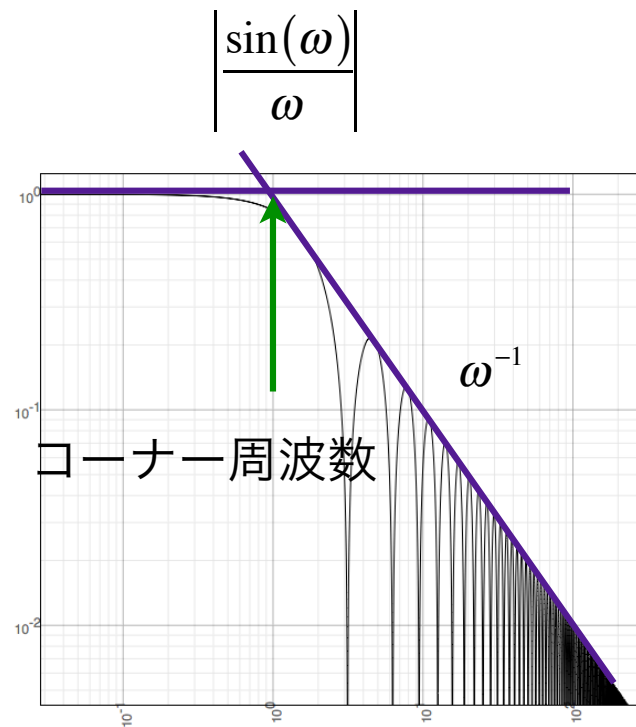
$$\left| \hat{U}_s(r, \gamma, \omega) \right| = \frac{R}{4\pi\rho\beta^3} \frac{M_0}{r_0} \left| \frac{\sin(\omega/\omega_L)}{\omega/\omega_L} \right| \left| \frac{\sin(\omega/\omega_r)}{\omega/\omega_r} \right|$$

1.2 震源モデル

ハスケルモデルにおける波動 その5

$$\left| \hat{U}_s(r, \gamma, \omega) \right| = \frac{R}{4\pi\rho\beta^3} \frac{M_0}{r_0} \left| \frac{\sin(\omega/\omega_L)}{\omega/\omega_L} \right| \left| \frac{\sin(\omega/\omega_r)}{\omega/\omega_r} \right|$$

について考える。



ω_L , ω_r のコーナー周波数を持ち、最終的には、周波数の-2乗で振幅が落ちる関数 Dc（静的な振幅）から、地震モーメントが定まる。

1.2 震源モデル

Directivity (破壊の指方性) の影響 その1

振幅がどのように変化するのか考える。

$$U_s(r, \gamma, t) = \frac{R}{4\pi\rho\beta^3} \frac{1}{r_0} \frac{1}{\tau_r} \frac{L}{\tau_L} \mu D_0 W L \int_{-\infty}^{\infty} B\left(L, \frac{L}{\tau_L} \xi'_1\right) B\left(\tau_r, t - \frac{r_0}{\beta} - \xi'_1\right) d\xi'_1$$

上の式で、方位に依存する変数は、 $\tau_L = \frac{L}{v_r} \left(1 - \frac{v_r}{\beta} \cos\theta\right)$

この変数が大きな値のとき、振幅は小さくなり、長周期に、
小さな値のとき、振幅は大きくなり、短周期になる。

ではどのような場合に大きくなるだろうか？

$v_r \simeq \beta$, $\cos\theta \simeq 1$ この場合、 τ_L は非常に小さな値をもつことになる。

つまり、破壊の伝播速度がの伝播速度に近くなる程、また破壊の伝播方向と観測点の位置が近接するほど、振幅は大きくなり、より短周期の波が観測される。

I.2 震源モデル

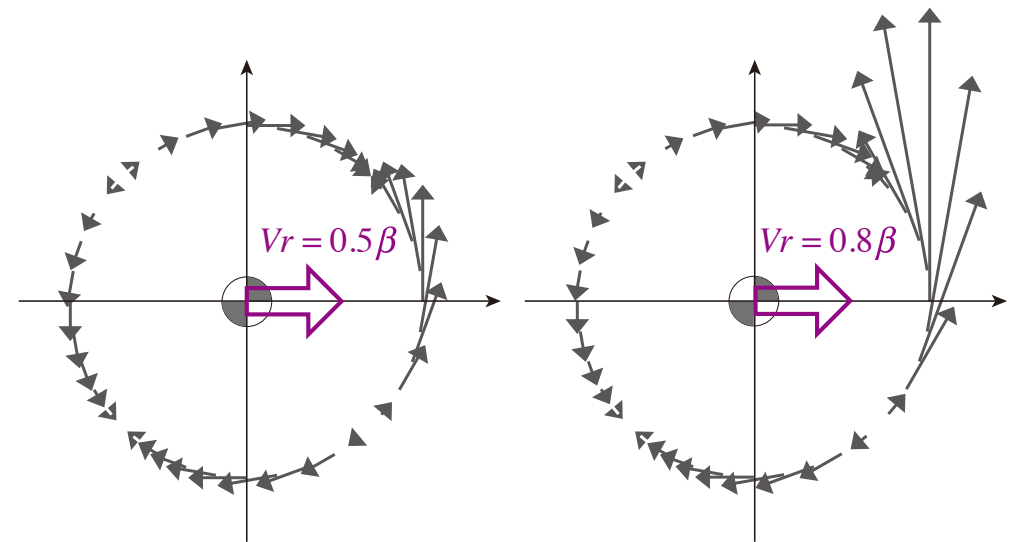
Directivity (破壊の指方性) の影響 その2

横ずれ断層の破壊の場合、破壊伝播速度が大きくなるとDirectivity の影響が大きくなる。

破壊伝播方向とS波が大きくなる方向が一致するとき、破壊的な地震動になる。
→ 1994年兵庫県南部地震の震災の帯

レポート：横ずれ断層と逆断層のとき、Directivity の影響はどのように違うのか、考察せよ。

破壊伝播速度が変化したときの、各点のS波の particle motion



1.2 震源モデル

円形クラックモデルによる波動 その1

Sato & Hirasawa Model を使う

一定速度 v_r で同心円状に拡大するクラックが時刻 $t_0=r_0/v_r$ で突然停止する。

このとき任意の時刻にクラック面上の応力が一定になるようにする。

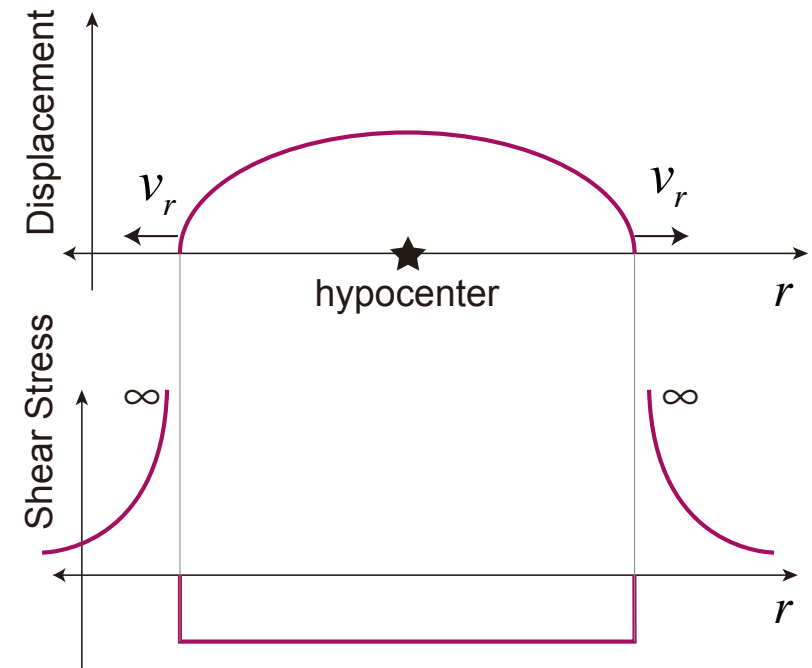
この条件を満たす、クラック面上の滑り分布は、

$$\Delta u(r,t) = \begin{cases} K\sqrt{(v_r t)^2 - r^2} H(t - r/v_r) & 0 < t < r_0/v_r \\ K\sqrt{r_0^2 - r^2} [1 - H(r - r_0)] & t > r_0/v_r \end{cases}$$

$$K = \frac{24}{7\pi} \frac{\Delta\sigma}{\mu}$$

となる。断層内で、応力降下が一定の場合は破壊先端で丸みを帯びた形になる。

ヘビサイト関数 (H) は、破壊領域を定義するところに使われている。



クラックの先端のせん断応力の発散は、塑性変形を考えていないから。

ハスケルモデルより物理的な意味がある。

それでは、遠地実体波はどのようなものが観測されるのか？

1.2 震源モデル

円形クラックモデルによる波動 その2

SHモデルは、遠地実体波P波、S波はどのようになるのかを示した点において優れていた。

これは学会で発表が重なってしまった菊地先生談

震源時間関数は、断層面の法線ベクトルと波線方向のなす角 θ を使って

$$S_c(t, \gamma) = \int_0^{r_0} \int_0^{2\pi} \mu \Delta \dot{u} \left(r, t + \frac{r \sin \theta \cos \phi}{c} \right) r d\phi dr$$
$$= \begin{cases} 3M_0 \frac{v_r}{r_0} \frac{\hat{t}^2}{(1-k^2)^2} & 0 \leq \hat{t} \leq 1-k \\ 3M_0 \frac{v_r}{r_0} \frac{1}{4k} \left\{ 1 - \frac{\hat{t}^2}{(1-k^2)^2} \right\} & 1-k \leq \hat{t} \leq 1+k \end{cases}$$
$$\hat{t} = \frac{v_r}{r_0} t, \quad k = \frac{v_r}{c} \sin \theta$$

ハスケルモデルと違って、平面の全方向に破壊が伝播するので、 θ によって震源時間関数に変化する。

このモデルで、もっとも意味があるのは立ち上がり。すべての観測点で、

$$S_c(t, \gamma) \propto t^2$$

が成立することになる。

SHモデルは破壊がある瞬間に完全に止まるが、本来は、クラック先端で破壊が停止し、その情報が中心に向かって進んでいき、最終的に中心で破壊が終了する。

つまり円形クラックモデルでは、オーバーシュートが必ず起こるはずである。ただしハスケルモデルはその限りではない。

I.2 震源モデル

高周波の波源について

高周波成分の放出」 ～＝

「破壊先端の急加速や急減速」

(Madariaga, 1977 GJI; Yamashita, 1983)

or/and

「すべり速度の急加速、急減速」

(Bernard & Madariaga, 1984 BSSA; Spudich & Frazer, 1984 BSSA)

両者を厳密に分離することは難しい。

ハスケルモデルやSHモデルのような、
地震開始前後を除く、スムーズな破壊
伝播中は、高周波は励起されない。