

1.2 震源モデル（1）

地震波の放射パターン

地震波は規則性を持っていて、それを使えば地下で発生している現象の理解につながることを理解する。

モーメントテンソル

震源では色々な現象が起きているが、弾性論の枠内で理解する。

変位不連続とモーメントテンソル（MT）

断層運動やダイクの貫入をモーメントテンソルで記述する。

モーメントテンソル（MT）とダブルカップル（DC）

断層運動の等価体積力はDCで表現できる。MTとDCの関係を理解する。

参考文献：

- ① Aki & Richards, Quantitative Seismology
- ② 松浦, 地球連続体力学（5章）, 岩波講座地球惑星科学

1.2 震源モデル

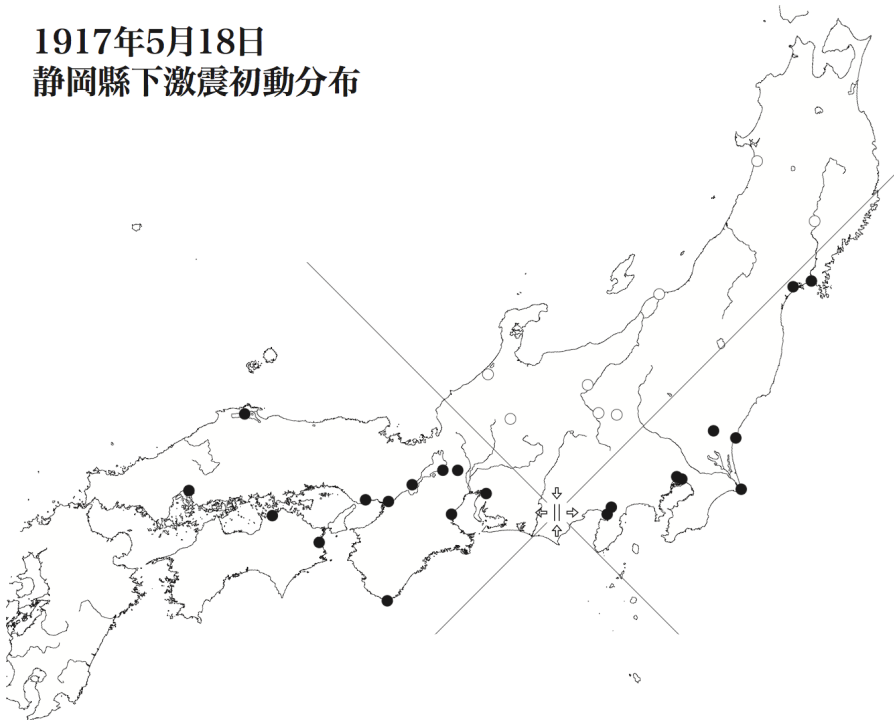
地震波の放射パターン

地震波の振幅・その振動方向は
一定の規則性を有している。

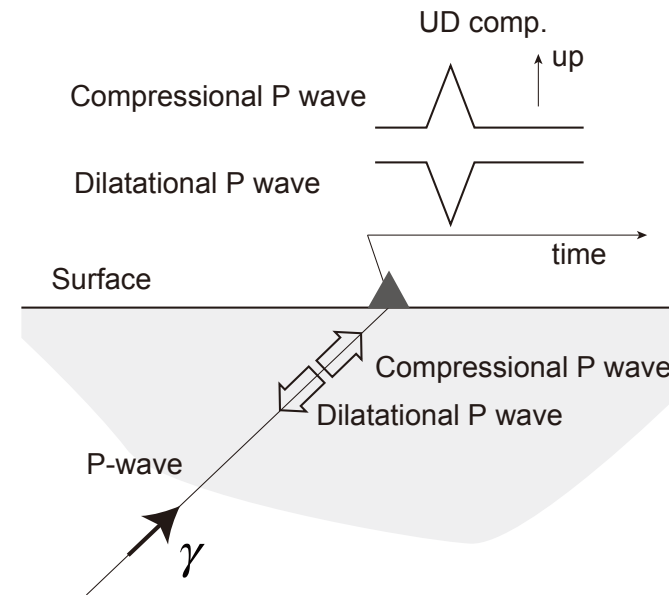
放射パターン

震源メカニズム

1917年5月18日
静岡縣下激震初動分布



志田 (1929)を参考に作成



遠地実体波

十分震源から離れた点での地震波形は

震源の幾何学によって定まる放射パターン因子

$$U_c(r, \gamma, t) = \frac{R_c(\gamma)}{4\pi\rho c^3 r} S_c\left(t - \frac{r}{c}, \gamma\right)$$

方位

震源時間関数

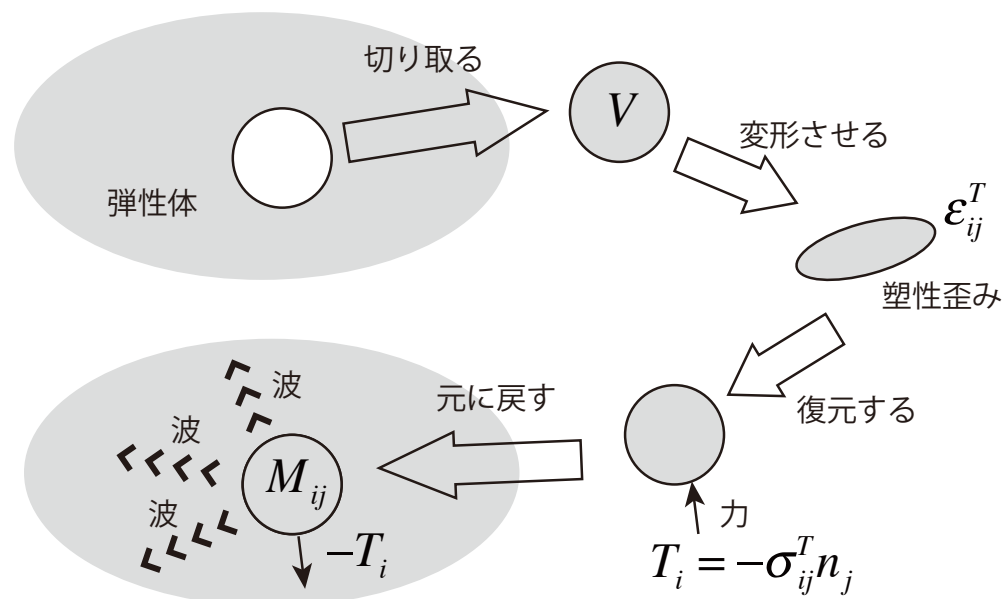
震源域での擾乱の時間経過

1.2 震源モデル

モーメントテンソル その1

震源の中でどんな現象が発生しているのか？
塑性変形・体積膨張等

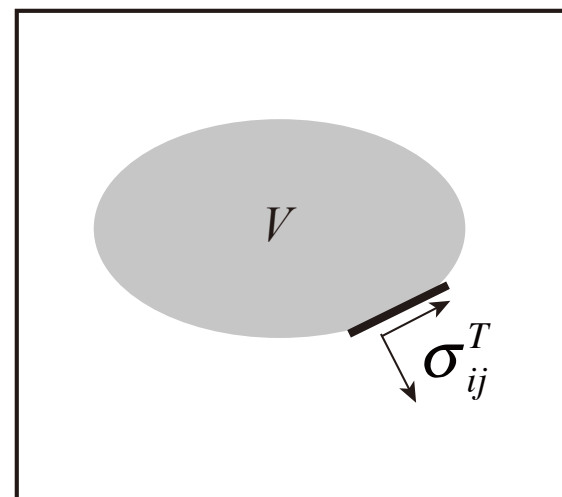
これらを弾性体力学の範疇で扱うのは無理
扱えない領域を何らかの領域で取り囲んで、
その外だけを取り扱う (Eshelby, 1957)



モーメントテンソル

塑性変形相当の応力（塑性歪みを弾性
変形と見なした時の応力）に体積をか
けたもの

$$M_{ij} = \sigma_{ij}^T V \quad (i, j = 1, 2, 3)$$



1.2 震源モデル

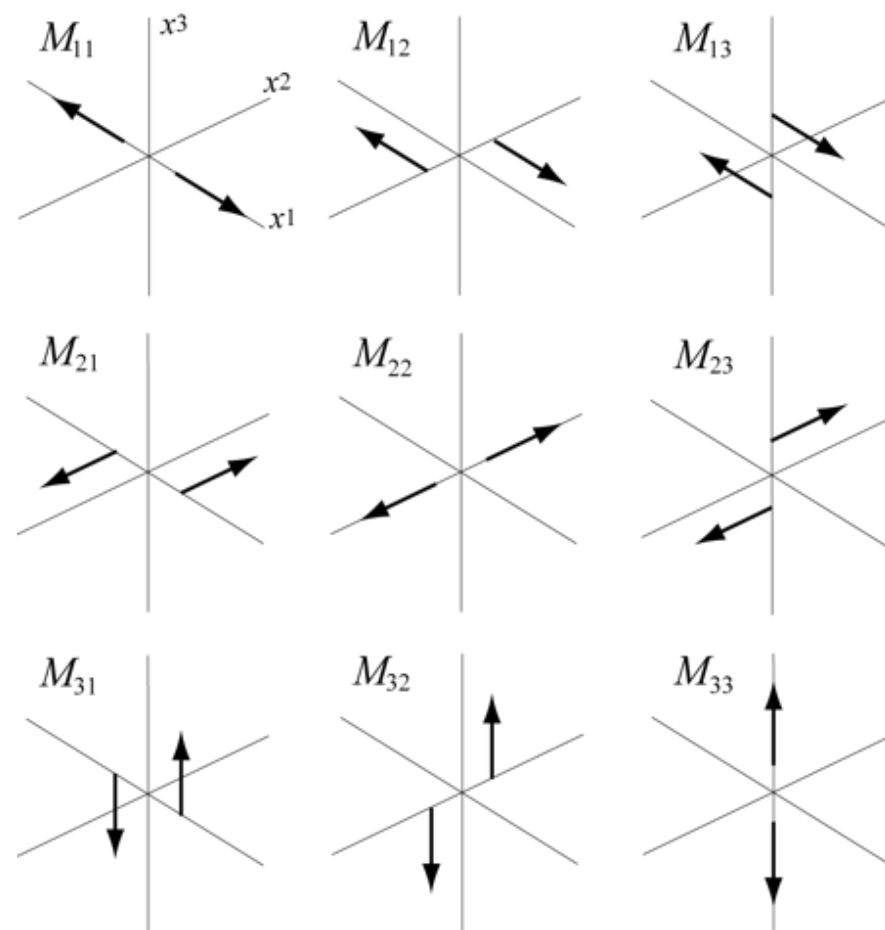
モーメントテンソル その2

6つのシングルカップル (SC)、3つのダイポール(DP)で表現できる。
一つのSCでは回転する。回転しないためには、対象テンソルとなる必要あり。
この時、独立な成分は3つのSCと3つのDP

$$M_{ij}$$

$i \neq j$ の時 i 軸方向に働く、 j 軸上にあるSC

$i = j$ の時 i 軸方向に働く、 i 軸上にあるDP



I.2 震源モデル

モーメントテンソル その3

モーメントテンソルの成分

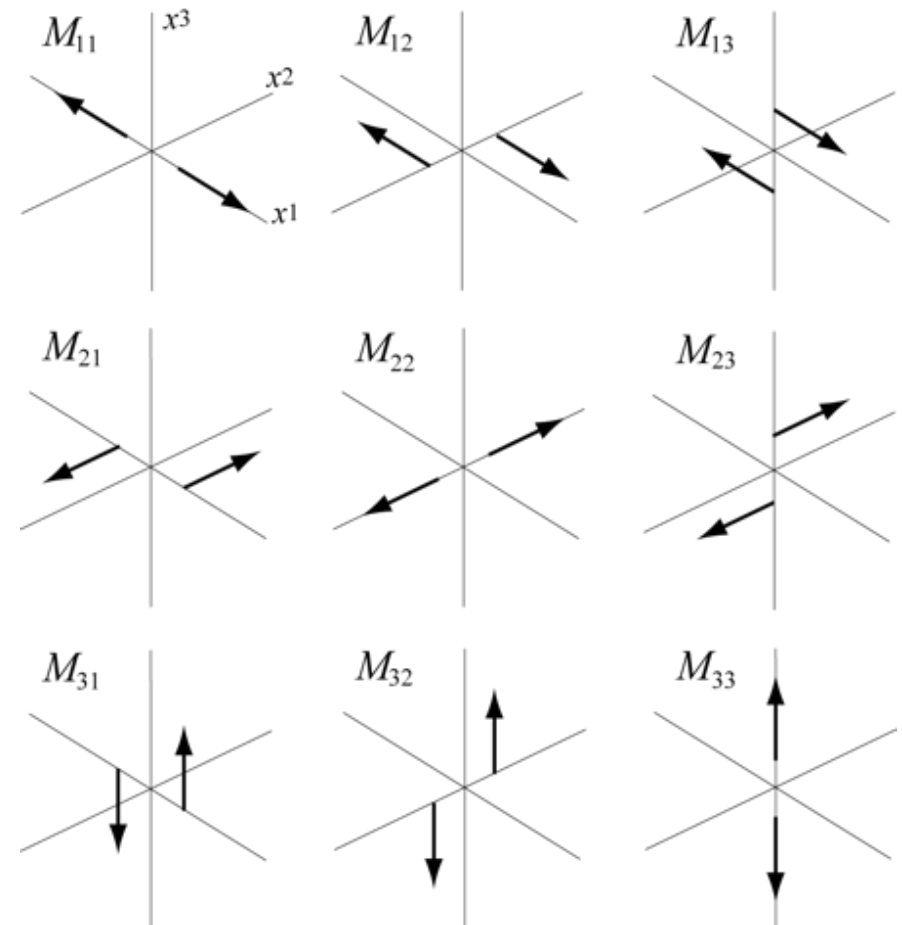
$$\begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{pmatrix}$$

対称テンソルで、6成分が独立

$$M_{ij} = M_{ji}$$

体積変化は対角成分の平均値

$$I = \frac{M_{11} + M_{22} + M_{33}}{3}$$



1.2 震源モデル

モーメントテンソル

モーメントテンソルの各成分が時間変化しない場合、つまり断層パラメーターが時間変化しない場合

$$M_{ij} = m_{ij} \boxed{M_0(t)}$$

全成分に共通の時間関数で、
モーメント関数と呼ばれる

点震源を仮定すると遠地実体波は、

$$U_c(r, \boldsymbol{\gamma}, t) = \frac{R_c}{4\pi\rho c^3} \frac{1}{r} \dot{M}_0 \left(t - \frac{r}{c} \right)$$

放射パターンは、モーメントテンソル成分、波線方向、揺れる方向で求まる。

$$R_C = m_{ij} \gamma_i \boxed{e_{cj}} \quad \begin{array}{l} \text{波が揺れる方向} \\ \text{P波：波線方向} \\ \text{S波：直行方向} \end{array}$$

その4

核実験のような等方モーメントテンソルの場合

$$m_{ij} = \delta_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3$$

P波は

$$R_P = \delta_{ij} \gamma_i \gamma_j = \gamma_i \gamma_i = 1$$

S波は、波線と振動方向が直交することに注意すると

$$R_S = \delta_{ij} \gamma_i e_{sj} = \gamma_i e_{si} = 0 \quad (\because \boldsymbol{\gamma} \perp \mathbf{e}_{si})$$

よって、核実験ではS波が観測されない。

1.2 震源モデル

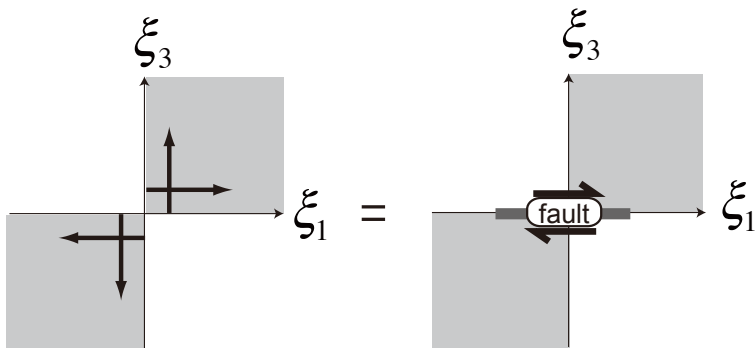
モーメントテンソル その5

等方成分をのぞいた成分は偏差成分で、断層の動きやマグマの動きに関するものになる。

ダブルカップル（断層運動）

例）断層の面は ξ_3 に垂直、すべり方向は、 ξ_1 の場合、モーメントテンソルは、

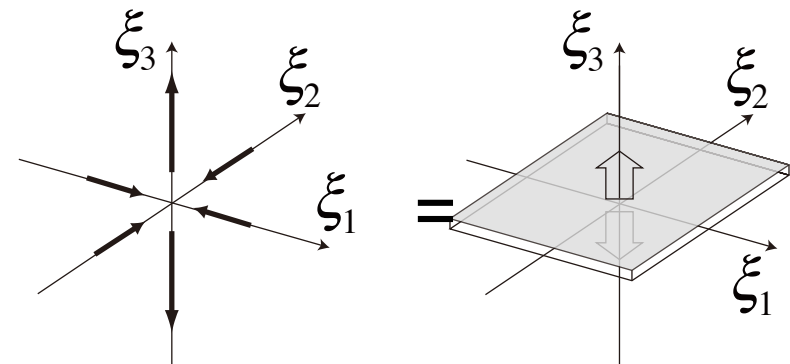
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & M_0 \\ 0 & 0 & 0 \\ M_0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



CLVD (Compensated Linear Vector Dipole)

細長い立方体を上下方向に引っ張ったときのモーメントテンソル（ただし、体積の変化は無しとする）は、

$$\begin{pmatrix} -M_0 & 0 & 0 \\ 0 & -M_0 & 0 \\ 0 & 0 & 2M_0 \end{pmatrix}$$



1.2 震源モデル

変位不連続とモーメントテンソル その1

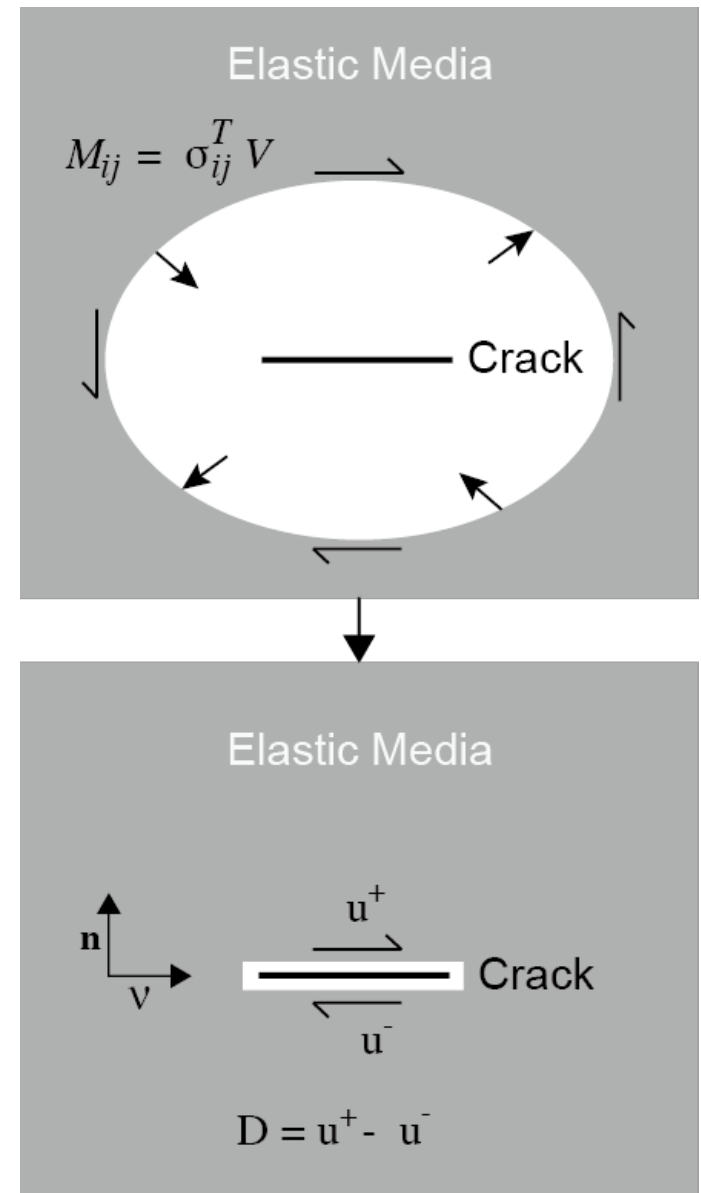
塑性変形領域を取り囲む閉空間の極限として、面状の変位の不連続を考える。

天下りの的ではあるが、この時のモーメントテンソルは、

$$M_{ij} = \left[\lambda v_k n_k \delta_{ij} + \mu (v_i n_j + v_j n_i) \right] DS$$

ラメ定数 $\lambda = \left[\frac{2\nu}{1-2\nu} \right] \mu$

と書ける。



1.2 震源モデル

変位不連続とモーメントテンソル その2

断層運動に対応するモーメントテンソル成分について考える。

$$M_{ij} = (v_i n_j + v_j n_i) \mu DS = (v_i n_j + v_j n_i) M_0$$

この式を確認してみる。まず、クラックを囲っている非弾性領域の体積は、

$$V = Sdw$$

断層面と滑りの方向を $\mathbf{n} = (0, 1, 0)$, $\mathbf{v} = (1, 0, 0)$ と置くと、値を持つのは

$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = 2\mu\varepsilon_{12} = 2\mu\varepsilon_{21} \simeq \mu \frac{D}{dw}$$

したがって、

$$M_{12} = M_{21} = \sigma_{12} V = \sigma_{21} V = \mu \frac{D}{dw} Sdw = \mu DS = M_0$$

地震モーメントは、地震よるトルクの値に対応する。ではなぜエネルギーと関係して説明されているのか？ それは、地震波エネルギーと地震モーメントには下記の関係があるから：

$$E_s = \frac{\Delta\sigma}{2\mu} M_0$$

1.2 震源モデル

変位不連続とモーメントテンソル その3

断層すべりの場合

$$M_{ij} = \left[\lambda v_k n_k \delta_{ij} + \mu (v_i n_j + v_j n_i) \right] DS$$

面とすべりベクトルは直行するのでゼロ

よって、

$$M_{ij} = (v_i n_j + v_j n_i) \mu DS = (v_i n_j + v_j n_i) M_0$$

ここで、地震モーメント $M_0 = \mu DS$

これを用いてP波の遠地近似の放射パターン因子は、

すべりベクトルと波線方向の内積

$$R_P = (v_i n_j + v_j n_i) \gamma_i \gamma_j = 2 (v_k \gamma_k) (n_l \gamma_l)$$

面の法線ベクトルと波線方向の内積

このRpから、すべりベクトルと断層面に直交する方向に進行するP波はゼロで、
+-で色分けされる4象限が求まる。
押し (+) 引き (-) の腹で振幅が最大

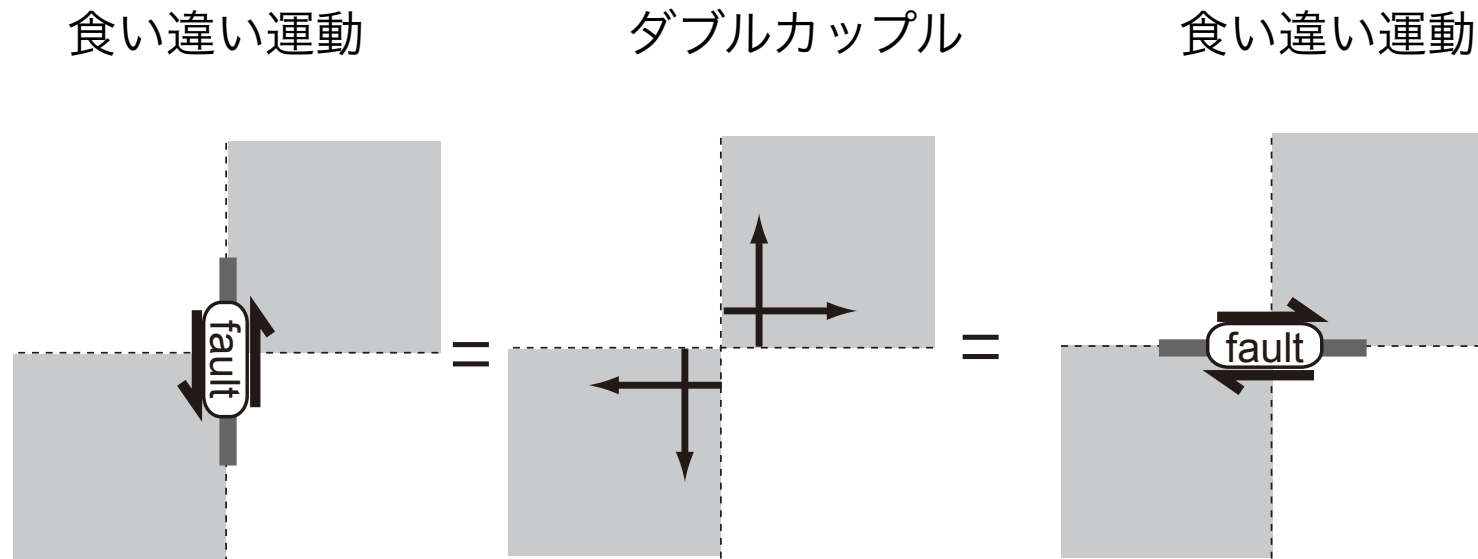
P波の押しの中心を「T軸」
引きの領域を「P軸」、
これらの軸と直交する軸を「B軸」
と呼ぶ。

1.2 震源モデル

変位不連続とモーメントテンソル その4

問題点

断層の運動は、4象限の押し引き分布になるが、可能性がある断層面が2面になる。



地震波形のみから、断層面を決定することは、本質的に難しく、断層面の広がり（余震分布・モーメント密度関数の空間分布）等から間接的に求めるしかない。

1.2 震源モデル

変位不連続とモーメントテンソル その5

開口割れ目（ダイクの貫入）の場合

ξ_3 軸方向の引張型変位不連続面を考える。

つまり、

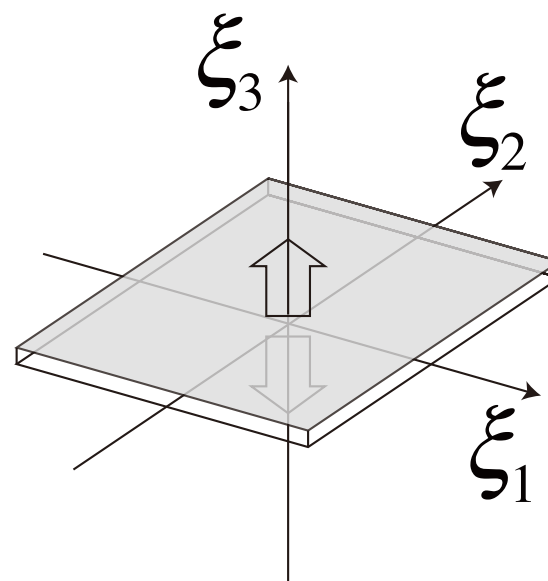
$$\mathbf{n} = (0, 0, 1), \quad \mathbf{D} = (0, 0, 1)$$

よって、モーメントテンソルは、

$$\begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda + 2\mu \end{pmatrix} DS$$

等方成分はポアソン物質を仮定すると、

$$I = \frac{5}{3} M_0, \quad (\lambda = \mu)$$



偏差成分は、

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \frac{2}{3} \mu DS$$

これは対角成分が2:-1:-1となりCLVD
ダイクの貫入は等方成分とCLVDの和。

1.2 震源モデル

モーメントテンソルとダブルカップル その1

断層運動は、二つの力のカップルの足し合わせである、ダブルカップルモデルで説明できる。

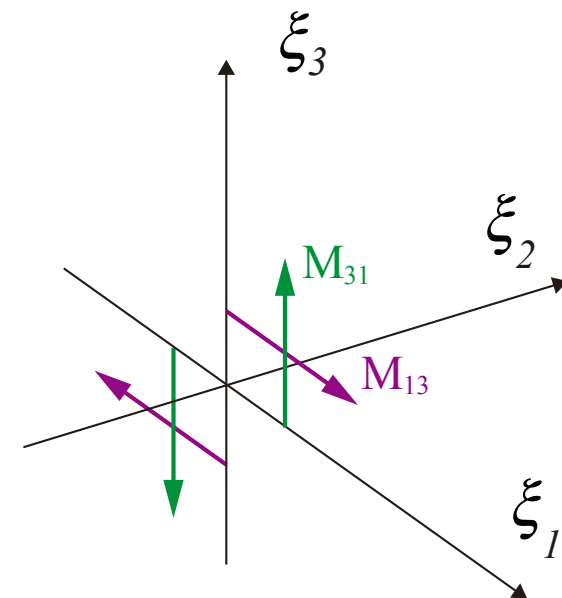
= 任意のダブルカップルによるモーメントテンソルは、適当な回転行列を用いて、対角化できる。

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}_1 \begin{bmatrix} M_0 & 0 & 0 \\ 0 & -M_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{R}_1^T = \mathbf{R}_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & M_0 \\ 0 & 0 & 0 \\ M_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{R}_2^T$$

$$\mathbf{M}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & M_0 \\ 0 & 0 & 0 \\ M_0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

回転について理解を深める。

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}_2 \mathbf{M}' \mathbf{R}_2^T$$



1.2 震源モデル

モーメントテンソルとダブルカップル その2

M' に対応する断層面に対する法線ベクトル \mathbf{n}' 、すべりベクトル \mathbf{v}' はそれぞれ、

$$\mathbf{n}' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}' = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

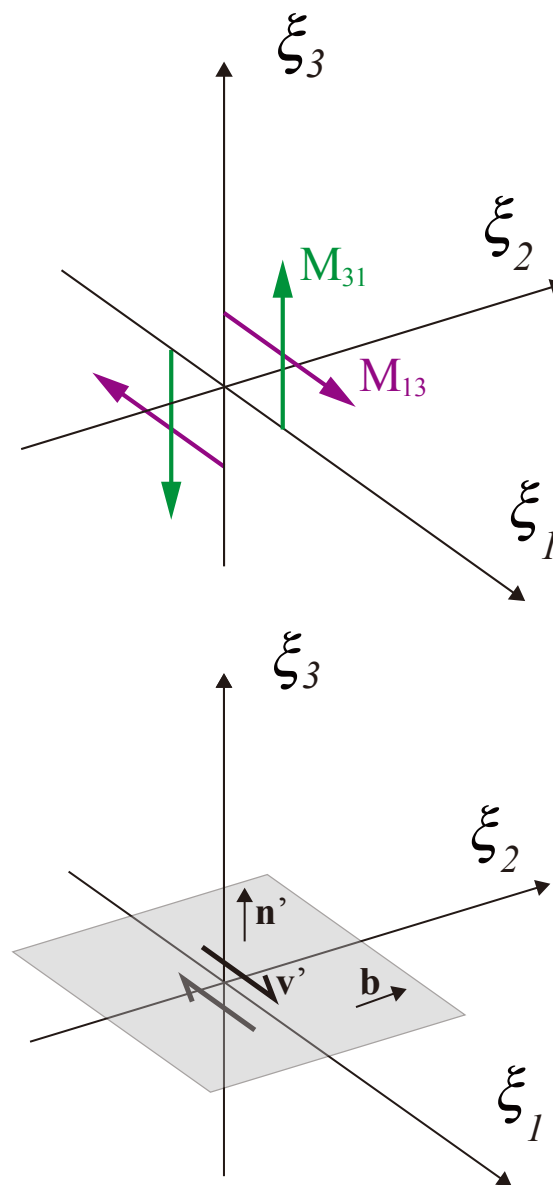
回転前のそれぞれのベクトルは、

$$\mathbf{R}_2 \mathbf{n}' = \mathbf{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}_2 \mathbf{v}' = \mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$$

よって、回転行列は、

$$\mathbf{R}_2 = \begin{pmatrix} v_1 & b_1 & n_1 \\ v_2 & b_2 & n_2 \\ v_3 & b_3 & n_3 \end{pmatrix}$$

ベクトル \mathbf{b} は \mathbf{n} , \mathbf{v} に直行するベクトル



1.2 震源モデル

モーメントテンソルとダブルカップル その3

よって、

$$\begin{aligned}\mathbf{M} &= \mathbf{R}_2 \mathbf{M}' \mathbf{R}_2^T \\ &= \begin{pmatrix} v_1 & b_1 & n_1 \\ v_2 & b_2 & n_2 \\ v_3 & b_3 & n_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & M_0 \\ 0 & 0 & 0 \\ M_0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 & v_2 & v_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ n_1 & n_2 & n_3 \end{pmatrix} \\ &= M_0 \begin{pmatrix} n_1 v_1 + n_1 v_1 & n_2 v_1 + n_1 v_2 & n_3 v_1 + n_1 v_3 \\ n_1 v_2 + n_2 v_1 & n_2 v_2 + n_2 v_2 & n_3 v_2 + n_2 v_3 \\ n_1 v_3 + n_3 v_1 & n_2 v_3 + n_3 v_2 & n_3 v_3 + n_3 v_3 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

以上より、

$$M_{ij} = (v_i n_j + v_j n_i) M_0$$

となる。

つまり、断層運動によるモーメントテンソルは軸を、回転させることによって、ダブルカップルで表現できる。回転行列は、断層面、すべり面とそれに直行するベクトルで表現される。

1.2 震源モデル

モーメントテンソルとダブルカップル その4

モーメントテンソルの固有値がすべて値を持つ場合、震源で何が起きているのか？

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}_1 \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{bmatrix} \mathbf{R}_1^T$$

複数の可能性がある。 ($M_1 > M_2 > M_3$)

可能性1：複数の断層が動いた

$$\begin{pmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} M_1 - M_2 & 0 & 0 \\ 0 & -(M_1 - M_2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 - M_3 & 0 \\ 0 & 0 & -(M_2 - M_3) \end{pmatrix} + \frac{1}{3} \begin{pmatrix} M_1 - M_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(M_1 - M_3) \end{pmatrix}$$

これは3つの断層が同時に動いたことを意味する。

可能性2: CLVD の震源が同時に動いた

$$\begin{pmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2M_1 & 0 & 0 \\ 0 & -M_1 & 0 \\ 0 & 0 & -M_1 \end{pmatrix} + \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -M_2 & 0 & 0 \\ 0 & 2M_2 & 0 \\ 0 & 0 & -M_2 \end{pmatrix} + \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -M_3 & 0 & 0 \\ 0 & -M_3 & 0 \\ 0 & 0 & 2M_3 \end{pmatrix}$$